МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ЗМІСТУ І МЕТОДІВ НАВЧАННЯ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

А.Ф. ПОТЄХІН

КОРОТКИЙ КУРС ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ В ЗАПИТАННЯХ ТА ВІДПОВІДЯХ З АНАЛІЗОМ БАЗОВИХ ПОНЯТЬ

Одеса - 2000

УДК 531(075.8)
Б 90
ББК 22.21

Курс теоретичної механіки в обсязі програми вищих технічних закладів освіти викладається в формі запитань та відповідей. Наведені базові поняття, теореми, формули.

Посібник складається з трьох частин. В першій частині формулюються запитання, в другій – відповіді на них, в третій частині аналізуються базові поняття теоретичної механіки. Цей аналіз суттєво з‘єднений з основним змістом посібника, доповнює його та відображає сучасний стан в цій галузі.

Друкується за ухвалою Вченої ради Одеського державного морського університету.

Курс теоретической механики в объёме программы высших технических учебных заведений излагается в форме вопросов и ответов. Приведены базовые понятия, теоремы, формулы.

Пособие состоит из трёх частей. В первой части формулируются вопросы, во второй – ответы на них, в третьей части анализируются базовые понятия теоретической механики. Этот анализ существенно связан с основным содержанием пособия, дополняет его и отображает современное состояние в этой области.

Печатается по решению Учёного совета Одесского государственного морского университета.

Рекомендується студентам вищих технічних закладів освіти.

Рецензенти:

д-р фіз-мат. наук, проф. С.В Козицький
д-р фіз-мат. наук, проф. Д.Д. Лещенко
д-р техн.. наук, проф. М.В. Олійник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих технічних закладів освіти.

ISBN 966-7716-04-X

Предисловие автора к Интернет-изданию пособия «Краткий курс теоретической механики в вопросах и ответах с анализом базовых понятий»

«Если я гореть не буду, если ты гореть не будешь,
если мы гореть не будем, кто тогда рассеет тьму?»
(Назым Хикмет).

Интернет-издание воспроизводит изданное в 2000 году учебное пособие с грифом «*Рекомендовано Министерством образования и науки Украины как учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений*».

Предыстории появления данного пособия такова.

В начале 60-х годов прошлого века на одном из предприятий точного приборостроения, где автор работал конструктором, было обращено внимание на корреляцию контролируемых параметров гироскопа от наличия рядом стоящего другого гироскопа, а также от активности Солнца. Прибор, не прошедший контроля в дни солнечных бурь, укладывался в требуемые параметры в дни спокойного Солнца. Возникло подозрение, что вихревая (квазимагнитная) компонента гравитационного поля вызывает прецессию гироскопа. Для получения консультации по данному вопросу, автор был направлен на кафедру теоретической физики авторитетного университета России с официальным предложением: "Не согласится ли кафедра сделать теоретический расчёт влияния вихревой компоненты гравитационного поля на прецессию уравновешенного гироскопа". Был получен ответ: действительно, наличие вихревой компоненты гравитационного поля вытекает из ОТО Эйнштейна (решение Лензе-Тирринга), но её величина настолько мала, что о влиянии на прецессию гироскопа не может быть и речи. Однако факты свидетельствовали об обратном. Это стало предпосылкой дальнейших исследований автора.

В науке для решения возникшей проблемы иногда полезно не решать её «в лоб», а заняться другой, но близкой задачей. В данном случае поведение гироскопа, с одной стороны, и теория гравитации Эйнштейна, с другой стороны, требовали ясного физического представления о силах инерции, их реальности или фиктивности – дискуссионная тема в механике на протяжении всего XX века. Именно в этом направлении решил двигаться автор, избрав темой диссертации задачу об инерционных виброгасителях в упругих системах.

Защитив диссертацию, решая конкретные прикладные вопросы, автор продолжал работу в этом направлении, заведуя кафедрой теоретической механики. Лишь через 15 лет работы в этом направлении, достигнув полной ясности в вопросе о реальности и фиктивности сил инерции, автор приступил к тщательному изучению Собрания научных трудов А. Эйнштейна. К большому удивлению, выявилось, что *исходной идеей ОТО Эйнштейна является утверждение: абсолютно гладкий шарик на абсолютно гладком покоящемся столе устремится от оси вращения, если стол начнёт вращаться*. Величайшее заблуждение! Инженерный опыт свидетельствует: чтобы шарик устремился от оси вращения, его надо поместить в радиальный паз и заставить вращаться вместе со столом! Начало этому заблуждению положил Э. Мах, который отождествил Гелиоцентрическую (барицентрическую) систему отсчёта в динамике Ньютона с кинематической системой отсчёта Птолемея и сформулировал ошибочный «*принцип относительности*», некритично воспринятый Эйнштейном: "*Основные законы механики вполне можно понимать таким образом, чтобы из них следовали центробежные силы и при относительных движениях*". Это было то звено, зацепившись за которое автору удалось размотать всю цепь заблуждений. На это потребовалось ещё 20 лет. И уже в 2000 году было издано настоящее пособие, в котором были устранены ошибочные положения, которые в XX веке, под влиянием релятивистских представлений Маха, перевернули физику «с ног на голову». «Обратное переворачивание» потребовало около 5% (из 400) вопросов и ответов на них, относящихся к таким понятиям как принцип относительности и классификация систем отсчёта.

В третьей части пособия показано, что для гравитационного (точнее, для гравитогироскопического) поля характерны те же факты, что и для электромагнитного поля, на базе которых Максвелл обосновал свои знаменитые электродинамические уравнения. А именно, речь идет о следующих аналогах.
а) Закон Кулона в электростатике – закон всемирного тяготения Ньютона в гравитостатике.
б) Закон Ома в электродинамике – второй закон Ньютона для тока материальных частиц в гравитодинамике
в) Сила Лоренца, действующая на электрический заряд – сила инерции Кориолиса, действующая на гравитационный заряд при взаимодействии замкнутых контуров, соответственно, с электрическим и гравитационным токами.
г) Результирующая сил Лоренца, действующих на элемент проводника с электрическим током – результирующая сил инерции Кориолиса, действующих на элемент проводника с гравитационным током при взаимодействии замкнутых контуров, соответственно, с электрическим и гравитационным токами.
д) Вращающий момент, обусловленный силами Лоренца–вращающий момент, обусловленный силами инерции Кориолиса при взаимодействии замкнутых контуров, соответственно, с электрическим и гравитационным токами.
е) Индукция электрического тока в замкнутом вращающемся контуре с электрическими зарядами – индукция гравитационного тока в замкнутом вращающемся контуре с гравитационными зарядами в поле другого замкнутого контура, соответственно, с электрическим и гравитационным токами.

Продолжая данную аналогию, автор обосновал динамическую постньютоновскую теорию гравитацию, выявив при этом механизм усиления вихревой компоненты гравитационного поля в материальных средах. Это в корне, **с опозданием на сто лет**, изменило наше представление об универсальном гравитационном поле, как в техническом, так и в биофизическом плане.

Возникает вопрос: почему это не было выявлено гораздо раньше? Ответ таков: с начала XX века, с подачи Э. Маха, физика руководствовалась ошибочной классификацией систем отсчёта. Выяснению этих вопросов автор посвятил следующие десять лет и отразил в другом пособии:
А. Ф. Потехин. Физика. Введение в динамику. Классификация систем отсчёта – Одесса: Астропринт, 2011, 72 с. (URL: http://potjekhin.narod.ru/).

Потехин А.Ф, апрель 2012 г.

Передмова

Теоретична механіка – фундаментальна наука, яка вивчає загальні закони механічного руху та механічної взаємодії матеріальних тіл. Вона є теоретичною базою для інженерів всіх спеціальностей.

Ще Ньютон помітив, що теоретична (раціональна) механіка тим і відрізняється від механіки прикладної (практичної), що в ній велику увагу надають точності формулювань вихідних фундаментальних понять та принципів. Тому теоретична механіка залишається в системі підготовки фахівців не тільки завдяки практичній спрямованості, але й завдяки її світоглядній ролі.

Прогрес науки та перенасиченість її інформаційного поля привели до того, що кількість годин, які відводяться в навчальних планах на вивчення фундаментальних наук, неухильно скорочується. Тому вже сьогодні можна говорити про вивчення цих наук лише на рівні їх понятійного апарату. Це, по-перше, обумовлює високі вимоги щодо коректності й виразності формулювання понять і, по-друге, вимагає зміни в самій технології навчання та переході від секторного методу викладання матеріалу до концентричного.

При секторному методі навчання матеріал викладається за розділами даного курсу, систематизованому за певними критеріями. В кожному з цих розділів нові поняття та визначення подаються по мірі того, як виникає потреба в них, а сам цей розділ викладається в повному обсязі відповідно до програми курсу. В результаті, послідовно охоплюється весь курс програмного матеріалу за час, передбачений навчальним планом. Перевагою такого методу викладання є непомітна для студента поява та закріплення в пам’яті нових понять в процесі багаторазового їх використання при вивченні матеріалу. Недоліком є сповільнений темп викладання лекційного матеріалу, необхідного для проведення практичних занять. В цілому, це є не поспішний, а сповільнений, класичний метод навчання, ефективність якого підтверджена часом.

При концентричному методі навчання той же програмний матеріал викладається в три етапи. На першому етапі викладається систематизований за певними критеріями весь понятійний апарат даного курсу. На другому етапі відображається взаємозв’язок між введеними поняттями, розкривається за їх допомогою зміст деяких коротких положень, наприклад, формулюються аксіоми, теореми, наслідки з них та ін. На третьому ж етапі більш ретельно розглядаються ті короткі положення, які були сформульовані на другому етапі, доводяться теореми та наслідки з них, даються короткі історичні довідки й практичні приклади та ін. Перевага цього методу викладання: а) прискорене вивчення студентами лекційного матеріалу курсу, потрібного для практичних занять вже на першому етапі навчання; б) можливість вивчення всього курсу лише в межах першого, або першого та другого етапів навчання при зменшенні кількості годин на дисципліну в навчальних планах. Недоліки цього методу: а) потреба на першому етапі «зазубрювання» студентами понять та визначень, зміст більшості яких стає зрозумілим лише на другому та третьому етапах навчання; б) неглибоке вивчення матеріалу та затухаючі остаточні знання, що залишаються у студентів при відсутності третього етапу навчання.

При концентричному методі навчання виникає потреба мати навчальний посібник, в якому базові поняття та визначення були б відокремлені від загального курсу. Перехід до модульної системи навчання та до рейтингової та тестової системи контролю знань студентів, визначає форму такого посібника: збірник запитань та відповідей на них.

Більшість з наведених в посібнику понять є загальноприйнятими. Але деякі з них вимагають додаткових пояснень. Важлива роль понять, особливо в фундаментальних науках, була зрозумілою давно. Так, ще Декарт писав: “*Визначте поняття і ви позбавите людство від половини оман*”. І це не дивно, тому що поняття є форма відображення того чи іншого процесу, явища чи предмета за допомогою мови. Нечітке визначення наукового поняття приводить до порушення в передачі інформації та, як правило, до відхилення її в помилковому напрямку іноді на досить тривалий час. Наведемо приклад.

В останні роки XIX століття видатний французький вчений А. Пуанкаре некоректно сформулював надзвичайно важливе в класичній механіці поняття, яке отримало назву ***принцип відносності***: *"Закони фізичних явищ повинні бути однаковими для нерухомого спостерігача і для спостерігача, що рухається рівномірно і поступально, так що ми не маємо і не можемо мати ніякого способу визначити, чи знаходимося ми в такому русі, чи ні"*. Це визначення можна тлумачити подвійно. Перший випадок: спостерігачі в кожній фізичній лабораторії, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно і прямолінійно, проводять ідентичні експерименти для встановлення певного фізичного закону. Другий випадок: ці ж самі спостерігачі встановлюють деякий фізичний закон за одним і тим же, загальним для всіх них, експериментом. В першому випадку ми маємо справу з динамічним принципом відносності Галілея, у другому – з кінематичним принципом відносності Коперника. Це два принципово різні випадки, але в формулюванні Пуанкаре вони не відокремлені. Таке некоректне визначення поняття принципу відносності привело до великої плутанини в фізиці взагалі і в теоретичній механіці, зокрема. Ця помилка залишалась непомітною впродовж всього XX в.

Необхідно відрізняти поняття фізичні від близьких до них понять математичних, наприклад: поняття *рівнодійної* системи сил та її *головного вектора*; поняття *спокою* тіла та його *рівноваги*; поняття *динамічного принципу відносності* та *інваріантності рівнянь руху* та інш. Необхідно також відрізняти поняття динамічні від понять кінематичних, наприклад: поняття *динамічних систем відліку* від *кінематичних систем* відліку, поняття *динамічних сил інерції* від *кінематичних псевдосил інерції*; поняття *динамічного принципу відносності* від *кінематичного принципу відносності* та ін. Розкриттю змісту таких понять в цьому посібнику надається особлива увага.

Посібник поділений на три частини. В першій частині формулюються запитання, в другій даються відповіді на них. Запитання та відповіді відокремлені в розділи, загальноприйняті в курсі теоретичної механіки. В третій частині дається аналіз тих фундаментальних понять, зміст яких залишався недостатньо розкритим або навіть помилковим. Ці питання розглянуті у надрукованих статтях та доповідях на конференціях автора даного посібника.

Наявність даного посібника допоможе як студентові, так і викладачеві. Для студента це буде опорним конспектом лекцій і йому залишиться лише конспектувати додаткові пояснення викладача. А викладачеві не треба марно витрачати час на диктування точних понять та визначень, що дозволить йому звернути основну увагу на творчу сторону викладання дисципліни.

Частина І. ЗАПИТАННЯ

Розділ І. СТАТИКА

ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

1. Визначити поняття матеріального тіла.
2. Визначити поняття матеріальної частинки.
3. Визначити поняття матеріальної точки.
4. Дати поняття механічного стану матеріальних частинок.
5. Визначити поняття вільної матеріальної частинки.
6. Визначити поняття ізольованої матеріальної частинки (точки).
7. Дати поняття механічної взаємодії матеріальних частинок (точок).
8. Визначити поняття сили.
9. Визначити поняття механічної системи.
10. Визначити поняття системи сил.
11. Визначити поняття векторного нуля сил.
12. Визначити поняття прямо протилежних сил.
13. Дати поняття абсолютно твердого тіла.
14. Визначити поняття пари сил.
15. Перелічити найпростіші системи сил.
16. Визначити поняття збіжної системи сил.
17. Визначити поняття системи паралельних сил.
18. Визначити поняття плоскої системи сил.
19. Визначити поняття еквівалентних перетворень системи сил.
20. Визначити поняття елементарних операцій над системою сил.
21. Визначити поняття еквівалентних систем сил.
22. Визначити поняття рівнодійної системи сил.
23. Визначити поняття головного вектора системи сил.
24. Визначити поняття плеча сили відносно точки.
25. Визначити поняття плеча пари сил.
26. Визначити поняття моменту сили відносно точки.

27. Визначити поняття головного моменту системи сил відносно точки.

28. Визначити поняття моменту пари сил.

29. Визначити поняття рівнодійної пари системи пар сил.

30. Визначити поняття моменту сили відносно осі.

31. Дати поняття головного моменту системи сил відносно осі.

32. Визначити поняття врівноваженої системи сил.

33. Визначити поняття рівноваги матеріальної точки та механічної системи.

34. Визначити поняття внутрішніх сил системи.

35. Визначити поняття зовнішніх сил системи.

36. Дати поняття в'язей, що накладені на механічну систему.

37. Дати поняття сил реакцій в'язей.

38. Дати поняття активних сил системи.

ФОРМУЛЮВАННЯ АКСІОМ, ТЕОРЕМ, НАСЛІДКІВ

39. Сформулювати третю аксіому Ньютона (аксіому про дію та протидію).

40. Сформулювати четверту аксіому Ньютона (аксіому про векторну природу сил).

41. Сформулювати основні властивості елементарних операцій над системою сил.

42. Сформулювати основний наслідок статики абсолютно твердого тіла.

43. Сформулювати умову рівноваги вільного абсолютно твердого тіла під дією тільки двох зовнішніх сил.

44. Сформулювати теорему про рівновагу вільного абсолютно твердого тіла під дією системи трьох зовнішніх непаралельних сил.

45. Як знайти головний вектор системи сил геометричним способом?

46. Як знайти головний вектор системи сил аналітичним способом?

47. Сформулювати теорему про головний вектор системи сил та її рівнодійну.

48. Сформулювати правило: як знайти момент сили відносно осі геометричним способом?

49. В яких випадках момент сили відносно точки дорівнює нулю?

50. В яких випадках момент сили відносно осі дорівнює нулю?

51. Як знайти момент сили відносно точки векторним способом?

52. Як знайти момент сили відносно точки координатним способом?

53. Сформулювати теорему про залежність між моментами сили відносно точки та осі.

54. Сформулювати теорему про залежність між головними моментами системи сил відносно точки та осі.

55. Сформулювати теорему про суму моментів сил пари відносно осі.

56. Сформулювати теорему Варіньйона для збіжної системи сил.

57. Сформулювати теорему Варіньйона у загальному випадку.

58. Сформулювати теорему про залежність між головними моментами системи сил відносно двох центрів.

59. В яких випадках головний момент системи сил не залежить від вибору полюса? Наслідок для пари сил.

60. Сформулювати основну лему статики.

61. Сформулювати ознаку еквівалентності двох систем сил.

62. Сформулювати основну теорему статики.

63. Сформулювати аналітичні умови рівноваги довільної просторової системи сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

64. Сформулювати першу форму аналітичних умов рівноваги довільної плоскої системи сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

65. Сформулювати другу форму аналітичних умов рівноваги довільної плоскої системи сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

66. Сформулювати третю форму аналітичних умов рівноваги довільної плоскої системи сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

67. Сформулювати аналітичні умови рівноваги просторової системи збіжних сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

68. Сформулювати аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

69. Сформулювати аналітичні умови рівноваги просторової системи паралельних сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

70. Сформулювати аналітичні умови рівноваги плоскої системи паралельних сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

71. Сформулювати аналітичні умови рівноваги довільної просторової системи пар сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

72. Сформулювати аналітичні умови рівноваги довільної плоскої системи пар сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла.

73. Сформулювати лему про паралельне перенесення сили.

74. Сформулювати теорему Пуансо про приведення довільної системи сил до полюса.

75. Сформулювати умови, за якими система сил приводиться до одного з найпростіших видів.

76. Сформулювати ознаку приведення системи сил до рівнодійної.

77. Сформулювати ознаку приведення системи сил до пари сил.

78. Сформулювати ознаку приведення системи сил до динами.

79. Дати визначення центра системи паралельних сил.

80. Дати визначення центра ваги тіла.

81. Сформулювати теорему про центр ваги тіла, що має центр, ось або площину симетрії.

82. Як визначається центр ваги тіла складної форми методом поділення його на найпростіші фігури?

83. В чому полягає метод від′ємних площ, (об’ємів) при визначенні центра ваги тіла?

84. Чому дорівнює величина граничної сили тертя ковзання?

85. Чому дорівнює величина граничного моменту сил тертя кочення?

Розділ ІІ. КІНЕМАТИКА

ВИХІДНІ ПОНЯТТЯ ТА ПРИНЦИПИ

86. У чому полягає відносність механічної форми руху матерії?
87. Визначити поняття тіла відліку та системи відліку.
88. Сформулювати кінематичний принцип відносності механіки.
89. Навести приклад, який підтверджує кінематичний принцип відносності механіки.
90. Що означає твердження Ньютона про те, що простір та час абсолютні?
91. Що означає: визначити кінематичні рівняння руху механічної системи?
92. У яких двох аналітичних формах визначаються кінематичні рівняння руху механічної системи?
93. Як визначаються кінематичні рівняння руху механічної системи у явній формі?
94. Як визначаються кінематичні рівняння руху механічної системи у неявній формі?

КІНЕМАТИКА ТОЧКИ

95. Як визначити кінематичні рівняння руху точки векторним способом?
96. Як визначити кінематичні рівняння руху точки координатним способом?
97. За якими формулами знаходяться вектори швидкості та прискорення точки, рух якої визначений векторним способом?
98. За якими формулами знаходяться проекції векторів швидкості та прискорення точки на Декартові осі координат, якщо її рух визначений координатним способом?
99. Як знайти модулі швидкості та прискорення точки, рух якої визначений координатним способом?
100. Визначити поняття траєкторії точки.

101. Як знайти рівняння траєкторії точки, рух якої визначений координатним способом?

102. Як визначити кінематичні рівняння руху точки натуральним способом?

103. В яку сторону встановлюють напрямок дотичної до траєкторії точки, коли її рух визначений натуральним способом?

104. Як спрямовані натуральні осі координат у відношенні до траєкторії точки та як називається кожна з цих осей?

105. За якими формулами знаходяться проекції вектора швидкості на натуральні осі координат та модуль вектора швидкості точки, якщо її рух визначений натуральним способом?

106. За якими формулами знаходяться проекції вектора прискорення на натуральні осі координат та модуль вектора прискорення точки, якщо її рух визначений натуральним способом?

107. При якому русі точки її дотичне прискорення дорівнює нулю?

108. При якому русі точки її нормальне прискорення дорівнює нулю?

109. Що характеризує дотичне та нормальне прискорення точки?

110. За якими формулами знаходяться величини дотичного та нормального прискорень точки, якщо її рух визначений координатним способом?

111. Як визначити характер руху точки (прискорений або сповільнений) у деякий момент часу, якщо відомі: а) вектори швидкості та прискорення точки; б) проекції векторів швидкості та прискорення точки на Декартові прямокутні осі координат; в) проекції векторів швидкості та прискорення точки на натуральні осі координат?

КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

112. Визначити поняття узагальнених координат твердого тіла та кількості його ступенів вільності.

Поступальний рух тіла

113. Який рух твердого тіла називається поступальним?
114. Як визначити кінематичні рівняння руху тіла при його поступальному русі?
115. Як визначаються швидкості та прискорення точок тіла при поступальному русі, якщо рівняння його руху відомі?
116. Що характерно для швидкостей та прискорень точок тіла при його поступальному русі?

Обертання тіла навколо нерухомої осі

117. Який рух твердого тіла називається обертальним навколо нерухомої осі?
118. Як визначити кінематичне рівняння руху тіла, що обертається навколо нерухомої осі?
119. Як визначити алгебраїчне значення кутової швидкості та кутового прискорення тіла, якщо відомі рівняння його обертального руху?
120. Як визначити характер обертання тіла навколо нерухомої осі (прискорений або сповільнений) у деякий момент часу, якщо відомі його алгебраїчні кутова швидкість та кутове прискорення?
121. За якою формулою визначається модуль швидкості точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?
122. Як спрямований вектор швидкості точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?
123. За якими формулами визначаються модулі дотичного та нормального прискорень точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?
124. Як спрямовані дотичне та нормальне прискорення точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?

125. За якою формулою визначається модуль прискорення точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі і який кут складає це прискорення з радіусом обертання точки?

126. Визначити поняття векторів кутової швидкості та кутового прискорення обертання тіла.

127. Як визначається характер обертання твердого тіла у деякий момент часу (прискорений або сповільнений), якщо відомі його вектори кутової швидкості та кутового прискорення?

Плоскопаралельний рух тіла

128. Який рух тіла називається плоскопаралельним (плоским) ?

129. На які найпростіші рухи розкладається плоский рух тіла?

130. Як визначити кінематичні рівняння плоского руху тіла?

131. За якою формулою визначається швидкість точки тіла при його плоскому русі?

132. Що таке $\bar{v}_{BA}$? Як розташований цей вектор у відношенні до відрізка AB та в яку сторону він спрямований? Чому дорівнює модуль цього вектора?

133. Сформулювати теорему про проекції векторів швидкостей двох точок плоскої фігури на вісь, яка з'єднує ці точки.

134. Що таке план швидкостей точок плоскої фігури?

135. Які властивості плану швидкостей точок плоскої фігури?

136. Що відображає на плані швидкостей відрізок, який з'єднує дві його вершини?

137. Як визначити напрямок обертання та модуль кутової швидкості плоскої фігури, якщо відомий план швидкостей точок фігури?

138. Що таке миттєвий центр швидкостей (МЦШ) плоскої фігури?

139. Сформулювати основну теорему кінематики плоского руху тіла.

140. Де знаходиться МЦШ плоскої фігури, що котиться без ковзання по нерухомому контуру?

141. Як визначити положення МЦШ плоскої фігури при непаралельних напрямках швидкостей двох її точок?

142. Як визначити положення МЦШ плоскої фігури при паралельних напрямках швидкостей двох її точок?

143. Як за допомогою МЦШ визначити швидкості точок плоскої фігури за величиною та напрямком?

144. Яка схожість та різниця між миттєвим поступальним та поступальним рухом твердого тіла?

145. Яка схожість та різниця між миттєвим обертальним та обертальним навколо нерухомої осі рухом тіла?

146. За якою формулою визначається прискорення точки тіла при його плоскому русі?

147. Що таке $\overline{a}_{BA}^{доц}$? Як розташований цей вектор у відношенні до відрізка AB та у яку сторону він спрямований? Чому дорівнює модуль цього вектора?

148. Що таке $\overline{a}_{BA}^{об}$? Як розташований цей вектор у відношенні до відрізка AB та у яку сторону він спрямований? Чому дорівнює модуль цього вектора?

149. Що таке $\overline{a}_{BA}$? Як визначається цей вектор, якщо відомі вектори $\overline{a}_{BA}^{доц}$ та $\overline{a}_{BA}^{об}$? Чому дорівнює модуль цього вектора?

150. Що таке план прискорень точок плоскої фігури?

151. Як за допомогою плану швидкостей та плану прискорень точок плоскої фігури визначити характер її обертання – прискорений або сповільнений?

152. Як за допомогою плану прискорень визначити величину кутового прискорення обертання плоскої фігури у момент часу, що розглядається?

Сферичний рух тіла

153. Який рух тіла називається сферичним та на які найпростіші рухи він розкладається?

154. Як називаються кути Ейлера, за допомогою яких визначається положення тіла з одною нерухомою точкою?

155. Як визначити кінематичні рівняння сферичного руху тіла?

156. До якого найпростішого руху приводиться сферичний рух тіла у будь-який момент часу?

157. Як визначаються вектори миттєвої кутової швидкості та миттєвого кутового прискорення тіла при його сферичному русі?

158. Як спрямований вектор $\overline{\omega}$ миттєвої кутової швидкості тіла при його сферичному русі?

159. Як формулюється кінематична теорема Резаля при сферичному русі тіла?

160. Визначити поняття регулярної прецесії при сферичному русі тіла.

161. Як спрямований вектор $\overline{\varepsilon}$ миттєвого кутового прискорення тіла при його регулярній прецесії?

162. Яка різниця в орієнтації векторів $\overline{\omega}$ та $\overline{\varepsilon}$ при обертанні тіла навколо нерухомої осі та при його сферичному русі?

163. Записати формулу, за якою визначається вектор швидкості довільної точки тіла при його сферичному русі.

164. Записати формулу, за якою визначається модуль швидкості довільної точки тіла при його сферичному русі.

165. Як визначається напрямок вектора швидкості довільної точки тіла при його сферичному русі?

166. Записати формулу, за якою визначається вектор прискорення довільної точки тіла при його сферичному русі.

167. Записати формулу, за якою визначається модуль доосьового прискорення довільної точки тіла при його сферичному русі.

168. Як спрямований вектор доосьового прискорення точки тіла при його сферичному русі?

169. Записати формулу, за якою визначається модуль обертального прискорення довільної точки тіла при його сферичному русі.

170. Як спрямований вектор обертального прискорення точки тіла при його сферичному русі?

171. Записати формулу, за якою визначається модуль повного прискорення точки тіла при його сферичному русі.

Вільний рух тіла

172. Який рух тіла називається вільним?

173. На які найпростіші рухи розкладається вільний рух тіла?

174. Визначити кінематичні рівняння вільного руху тіла.

175. Записати формулу, за якою визначається швидкість довільної точки тіла при його вільному русі.

176. Записати формулу, за якою визначається прискорення довільної точки тіла при його вільному русі.

СКЛАДНИЙ РУХ ТОЧКИ ТА ТІЛА

Складний рух точки

177. Який рух точки називається складним?

178. Дати визначення абсолютного руху, абсолютної швидкості та абсолютного прискорення точки.

179. Дати визначення відносного руху, відносної швидкості та відносного прискорення точки.

180. Дати визначення переносного руху, переносної швидкості та переносного прискорення точки.

181. Сформулювати гіпотезу Ньютона про абсолютність простору та часу

182. Як перетворюються просторова та часова координати при розгляді руху однієї й тієї ж точки відносно різних систем відліку, які довільно рухаються одна відносно одної?

183. На основі якої гіпотези Ньютона вимірювання довжини відрізку відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню довжини цього ж відрізку відносно будь-якої іншої системи відліку, що прийнята за нерухому?

184. На основі якої гіпотези Ньютона вимірювання інтервалу часу певного процесу відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню цього ж інтервалу часу відносно будь-якої іншої системи відліку, що прийнята за нерухому?

185. На основі якої гіпотези Ньютона вимірювання векторів відносної швидкості та відносного прискорення точки відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню цих же векторів швидкості та прискорення відносно будь-якої іншої системи відліку, що прийнята за нерухому?

186. Записати формулу, за якою визначається абсолютна швидкість точки при її складному русі.

187. Записати формулу, за якою визначається абсолютне прискорення точки при її складному русі.

188. Записати формулу, за якою визначається вектор коріолісового прискорення точки при її складному русі.

189. Сформулювати правило векторного добутку двох векторів, за яким визначається напрямок коріолісового прискорення точки.

190. Сформулювати правило Жуковського, за яким визначається напрямок коріолісового прискорення точки.

191. Записати формулу, за якою визначається величина коріолісового прискорення точки.

192. Перелічити випадки, коли коріолісове прискорення точки дорівнює нулю.

Складний рух тіла

193. До якого одного руху приводиться рух тіла, що приймає участь у кількох поступальних рухах зі швидкостями $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \cdots \bar{v}_n$?

194. До якого одного руху приводиться рух тіла, що приймає участь у кількох обертальних рухах навколо паралельних осей з кутовими швидкостями $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3, \cdots \bar{\omega}_n$?

195. Що називається парою обертань?

196. До якого одного руху приводиться рух тіла, що приймає участь у парі обертань?

197. До якого одного руху приводиться рух тіла, що приймає участь у кількох обертальних рухах навколо осей, що перетинаються у одній точці?

198. До якого одного руху приводиться рух тіла, що приймає участь у двох рухах: поступальному з швидкістю $\bar{v}$ та обертальному з кутовою швидкістю $\bar{\omega}$?

199. Який рух тіла називається гвинтовим?

200. Записати формулу для кроку кінематичного гвинта та пояснити зміст літер, що в цієї формулі містяться.

Розділ III. **ДИНАМІКА**

ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Вихідні поняття та принципи

201. Дати поняття замкненої механічної системи.

202. Дати поняття супутньої системи відліку.

203. Дати поняття інерціальних систем відліку.

204. Сформулювати динамічний принцип відносності Галілея.

205. Який взаємозв'язок існує між математичними формулюваннями одного й того ж закону механіки у різних інерціальних системах відліку відповідно до динамічного принципу відносності Галілея?

206. Записати кінематичні перетворення Галілея при переході від однієї системи відліку до іншої, яка рухається відносно першої поступально, рівномірно та прямолінійно.

207. В чому полягає різниця між динамічним принципом відносності Галілея та кінематичними перетвореннями Галілея за кількістю явищ, що розглядаються?

208. Визначити поняття коваріантності рівнянь руху відносно деякого перетворення систем відліку.

209. Визначити поняття інваріантності рівнянь руху відносно деякого перетворення систем відліку.

210. Навести приклад, у якому рівняння руху ідентичних процесів у різних інерціальних системах відліку описуються однаково відповідно до динамічного принципу відносності Галілея, але ці рівняння не інваріантні відносно кінематичного перетворення Галілея.

211. Дати поняття гравітаційного поля.

212. Дати поняття гравітаційного поля тяжіння.

213. Дати поняття фонового гравітаційного поля.

214. Дати визначення інертної маси матеріальної частинки.

215. Дати визначення гравітаційної маси матеріальної точки.

216. Сформулювати принцип еквівалентності гравітаційної та інертної мас.

217. Сформулювати узагальнений динамічний принцип відносності Галілея - Ньютона.

218. В якої системі відліку сформульовані закони Ньютона динаміки матеріальної точки, що закладені в підґрунтя класичної механіки?

219. Сформулювати перший закон Ньютона (закон інерції).

220. Дати поняття кількості руху матеріальної точки.

221. Сформулювати другий закон Ньютона (основний закон динаміки точки).

222. Сформулювати третій закон Ньютона (закон рівності дії та протидії).

223. Сформулювати четвертий закон Ньютона (закон незалежності дії сил).

224. Сформулювати п'ятий закон Ньютона (закон всесвітнього тяжіння).

Основне рівняння динаміки матеріальної точки в інерціальних системах відліку

225. Записати основне рівняння динаміки матеріальної точки в інерціальній системі відліку.

226. Записати диференціальні рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у векторній формі.

227. Записати диференціальні рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у координатній формі.

228. Записати диференціальні рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у натуральній формі.

229. Сформулювати постанову першої (прямої) основної задачі динаміки матеріальної точки.

230. Дати загальний алгоритм розв'язання першої (прямої) основної задачі динаміки точки.

231. Сформулювати постанову другої (оберненої) основної задачі динаміки матеріальної точки.

232. Дати загальний алгоритм розв'язання другої (оберненої) основної задачі динаміки матеріальної точки.

Прямолінійні коливання матеріальної точки

233. Записати диференціальне рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, не враховуючи сили опору, і його характеристичне рівняння.

234. Записати розв’язання диференціального рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки, не враховуючи сили опору, через довільні сталі у двох формах.

235. У чому проявляється дія постійної сили на вільні гармонічні коливання матеріальної точки?

236. Записати диференціальне рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, враховуючи сили лінійного опору, та його характеристичне рівняння.

237. Записати розв’язання диференціального рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки, враховуючи сили опору, через довільні сталі у двох формах.

238. Дати поняття декремента затухання вільних коливань матеріальної точки при лінійному опорі середовища.

239. Дати поняття логарифмічного декремента вільних коливань матеріальної точки при лінійному опорі середовища

240. Записати диференціальне рівняння прямолінійних вимушених коливань матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили у стандартній формі, не враховуючи сили лінійного опору, та описати алгоритм його розв’язання.

241. Записати диференціальне рівняння прямолінійних коливань матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили у стандартній формі, враховуючи сили лінійного опору, та описати алгоритм його розв’язання.

242. Сумою яких двох коливань визначаються коливання матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили?

243. Дати визначення вимушених коливань матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили.

244. Дати визначення коефіцієнта динамічності вимушених коливань матеріальної точки.

245. Дати визначення резонансу при вимушених коливаннях матеріальної точки.

246. У чому проявляється вплив сил опору на вимушені коливання матеріальної точки?

Принцип Д’Аламбера для матеріальної точки в інерціальних системах відліку

247. В чому полягає різниця між поняттями спокою та рівноваги тіла під дією прикладеної до нього системи сил?

248. Навести приклад, коли тіло рухається під дією прикладених до нього сил, у тому числі залежних від швидкості руху цього тіла, та водночас ця система сил була б врівноваженою.

249. Сформулювати принцип Д’Аламбера для матеріальної точки при її прискореному русі в інерціальній системі відліку.

250. Дати визначення сили інерції матеріальної точки.

251. У чому проявляється дія сили інерції матеріальної частинки при її вільному падінні у гравітаційному полі?

252. У чому проявляється дія сили інерції матеріальної частинки, що прискорюється в її інерціальній системі відліку силою контактної взаємодії з іншою матеріальною частинкою?

253. Якими є модуль та напрямок дотичної сили інерції матеріальної точки?

254. Якими є модуль та напрямок нормальної сили інерції матеріальної точки?

255. У яких випадках дотична сила інерції матеріальної точки дорівнює нулю?

256. У яких випадках нормальна сила інерції матеріальної точки дорівнює нулю?

257. Якими є модуль та напрямок обертальної сили інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?

258. Якими є модуль та напрямок відцентрової сили інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?

259. У яких випадках дорівнює нулю обертальна сила інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?

260. У яких випадках дорівнює нулю відцентрова сили інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі?

Основне рівняння динаміки матеріальної точки в неінерціальних системах відліку

261. Дати поняття неінерціальних систем відліку.

262. Записати основне рівняння динаміки матеріальної точки у неінерціальній системі відліку з точки зору спостерігача цієї ж системи відліку.

263. Як перетворюються просторові та часова координати при опису руху однієї і тієї ж точки у різних системах відліку, що довільно рухаються одна відносно одної?

264. Записати у прискореній (відносно інерціальної системі відліку) системі відліку основне рівняння динаміки матеріальної точки, яка не приймає участі в переносному русі цієї системи відліку.

265. Визначити поняття переносної сили інерції матеріальної точки.

266. Визначити поняття коріолісової сили інерції матеріальної точки.

267. У яких випадках переносна сила інерції матеріальної точки проявляється як динамічна сила, яку потрібно враховувати в міцністних інженерних розрахунках конструкцій?

268. У яких випадках коріолісова сила інерції матеріальної точки проявляється як динамічна сила, яку потрібно враховувати в міцністних інженерних розрахунках конструкцій?

269. Сформулювати основне рівняння динаміки матеріальної точки в неінерціальній системі відліку при її поступальному русі відносно деякої інерціальної.

270. Сформулювати основне рівняння динаміки матеріальної точки у системі відліку, що рухається прискорено, але поступально відносно деякої інерціальної, якщо матеріальна точка не приймає участі у русі цієї системи відліку.

271. Сформулювати умову відносного спокою матеріальної точки у неінерціальній системі відліку.

ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕМИ ДИНАМІКИ СИСТЕМИ В ІНЕРЦІАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ВІДЛІКУ

Теорема про рух центра мас

272. Записати формулу для радіус-вектора та прямокутних координат центра мас механічної системи.

273. Дати визначення зовнішніх та внутрішніх сил механічної системи.

274. Сформулювати теорему про рух центра мас механічної системи та записати відповідну формулу.

275. Сформулювати закон збереження швидкості центра мас механічної системи.

276. Сформулювати закон збереження проекції вектора швидкості центра мас механічної системи на будь-яку з осей координат.

277. Сформулювати закон збереження положення центра мас механічної системи у векторній формі.

278. Сформулювати закон збереження положення центра мас механічної системи у координатній формі.

Теорема про зміну кількості руху.

279. Дати визначення кількості руху механічної системи та записати відповідну формулу.

280. Записати дві формули, за допомогою яких можна знайти кількість руху механічної системи.

281. Сформулювати теорему про зміну вектора кількості руху механічної системи у диференціальній формі та записати відповідну формулу.

282. Сформулювати теорему про зміну проекції вектора кількості руху механічної системи на осі координат у диференціальній формі та записати відповідну формулу.

283. Сформулювати теорему про зміну вектора кількості руху механічної системи в інтегральній формі та записати відповідну формулу.

284. Сформулювати теорему про зміну проекції вектора кількості руху механічної системи на осі координат в інтегральній формі та записати відповідну формулу.

285. Сформулювати закон збереження вектора кількості руху механічної системи.

286. Сформулювати закон збереження проекції вектора кількості руху механічної системи на осі координат.

Теорема про зміну кінетичного моменту

287. Дати визначення кінетичного моменту матеріальної точки відносно полюса та осі.

288. Дати визначення кінетичного моменту механічної системи відносно полюса або осі.

289. Сформулювати теорему про зміну кінетичного моменту механічної системи відносно полюса та записати відповідну формулу.

290. Сформулювати теорему про зміну кінетичного моменту механічної системи відносно осі та записати відповідну формулу.

291. Сформулювати теорему про зміну кінетичного моменту механічної системи відносно центра мас та записати відповідну формулу.

292. Сформулювати закон збереження кінетичного моменту механічної системи відносно полюса.

293. Сформулювати закон збереження кінетичного моменту механічної системи відносно осі.

Робота сили та теорема про зміну кінетичної енергії

294. Записати формулу для елементарної та повної роботи сили у векторній формі.

295. Записати формулу для елементарної та повної роботи сили у координатній формі.

296. Записати формулу для елементарної та повної роботи сили у натуральній формі.

297. Записати формулу для елементарної та повної роботи постійної сили при прямолінійному переміщенні точки її прикладення.

298. Записати формулу для роботи постійної сили при криволінійному переміщенні точки її прикладення.

299. Чому дорівнює робота постійної сили на замкненій ділянці траєкторії точки її прикладення?

300. Чому дорівнює елементарна та повна робота рівнодійної системи сил?

301. Записати формулу для роботи сили ваги матеріальної точки у однорідному полі сил ваги на скінченому переміщенні її точки прикладення?

302. Чому дорівнює робота сили ваги матеріальної точки у однорідному полі сил ваги на замкненій ділянці траєкторії точки прикладення цієї сили?

303. Записати формулу для роботи сили пружності на скінченому переміщенні точки прикладення цієї сили.

304. Чому дорівнює робота сили пружності на замкненій ділянці траєкторії точки її прикладення?

305. Дати визначення силового поля.

306. Дати визначення потенціального силового поля.

307. Сформулювати теорему про елементарну роботу сили потенціального силового поля.

308. Сформулювати теорему про роботу сил потенціального силового поля на скінченому переміщенні механічної системи.

309. Записати формулу для потенціальної енергії матеріальної точки у однорідному полі сил ваги.

310. Записати формулу для потенціальної енергії деформованої пружини.

311. Дати визначення кінетичної енергії матеріальної точки.

312. Дати визначення кінетичної енергії механічної системи, записати відповідну формулу.

313. Сформулювати теорему про обчислення кінетичної енергії механічної системи при її довільному русі.

314. Сформулювати теорему про зміну кінетичної енергії матеріальної точки у диференціальній формі та записати відповідну формулу.

315. Сформулювати теорему про зміну кінетичної енергії матеріальної точки в інтегральній формі та записати відповідну формулу.

316. Сформулювати теорему про зміну кінетичної енергії механічної системи в інтегральній формі та записати відповідну формулу.

317. Сформулювати закон збереження повної механічної енергії системи та записати відповідну формулу.

ДИНАМІКА ТВЕРДОГО ТІЛА

Геометрія мас

318. Дати визначення моменту інерції матеріальної точки і тіла відносно полюса та записати відповідну формулу.

319. Дати визначення моменту інерції матеріальної точки і тіла відносно осі та записати відповідну формулу.

320. Дати визначення моменту інерції матеріальної точки і тіла відносно площини та записати відповідну формулу.

321. Записати формулу для моменту інерції стержня відносно перпендикулярної до нього центральної осі.

322. За якою формулою визначається момент інерції циліндра відносно його поздовжньої центральної осі.

323. Сформулювати теорему Гюйгенса про залежність між моментами інерції тіла відносно паралельних осей.

Застосування загальних теорем динаміки системи

324. За якою формулою визначається кінетичний момент тіла відносно його осі обертання?

325. Сформулювати теорему про зміну кінетичного моменту тіла відносно його центра мас та записати відповідну формулу.

326. Записати формулу для кінетичної енергії тіла при його поступальному русі.

327. Записати формулу для кінетичної енергії тіла при його обертанні навколо осі.

328. Записати формулу для кінетичної енергії тіла при його сферичному русі.

329. Сформулювати теорему про обчислення кінетичної енергії тіла при його довільному русі.

330. Записати формулу ля кінетичної енергії тіла при його плоскопаралельному русі.

331. Записати формулу для роботи сили тертя при ковзанні тіла по шорсткій поверхні.

332. Записати формулу для елементарної та повної роботи сили, прикладеної до тіла, що обертається навколо осі.

333. Записати формулу для роботи пари сил, що прикладена до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі.

334. Записати формулу для роботи моменту сил тертя при коченні тіла по шорсткій поверхні.

335. Чому дорівнює робота сили тертя при коченні без ковзання тіла по шорсткій поверхні? Відповідь пояснити.

336. Чому дорівнює сума робіт внутрішніх сил абсолютно твердого тіла при його довільному переміщенні?

337. Записати формулу для роботи сили ваги тіла при його довільному переміщенні в однорідному полі сил ваги.

338. Сформулювати теорему про елементарну роботу системи сил, яка прикладена до абсолютно твердого тіла.

339. Чому дорівнює елементарна робота системи сил, яка прикладена до тіла, при його поступальному русі?

340. Чому дорівнює елементарна робота системи сил, яка прикладена до тіла, при його обертанні навколо осі?

341. Сформулювати теорему про зміну кінетичної енергії абсолютно твердого тіла.

342. Записати диференціальні рівняння руху тіла у координатній формі при його поступальному русі.

343. Записати диференціальне рівняння обертального руху твердого тіла.

344. Записати диференціальні рівняння плоскопаралельного руху твердого тіла.

Фізичний маятник

345. Дати визначення фізичного маятника.

346. Дати визначення приведеної довжини фізичного маятника

347. Записати формулу для періоду вільних малих коливань фізичного маятника.

348. Дати визначення центра коливань фізичного маятника.

Принцип Д’Аламбера для механічної системи

349. Чому дорівнює головний вектор сил інерції твердого тіла?

350. Якими є модуль та напрямок головного вектора сил інерції твердого тіла?

351. Чому дорівнює головний момент сил інерції твердого тіла відносно точки?

352. Чому дорівнює головний момент сил інерції твердого тіла відносно осі його обертання?

353. У яких випадках система сил інерції твердого тіла приводиться до рівнодійної?

354. Як проходить лінія дії рівнодійної сил інерції твердого тіла, що обертається навколо осі?

355. Сформулювати принцип Д’Аламбера для твердого тіла.

356. Записати рівняння динамічної рівноваги твердого тіла у координатній формі.

Елементарна теорія гіроскопа

357. Дати визначення гіроскопа.

358. Записати основне співвідношення у наближеній теорії гіроскопа.

359. Дати визначення врівноваженого гіроскопа.

360. Сформулювати динамічну теорему Резаля.

361. Сформулювати основну властивість врівноваженого гіроскопа.

362. Записати формулу для модуля кутової швидкості прецесії неврівноваженого гіроскопа.

363. Записати формулу для гіроскопічного моменту.

364. Сформулювати правило Жуковського для визначення напрямку дії гіроскопічного моменту.

Розділ IY. АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА

Принцип можливих переміщень

365. Дати визначення в’язей накладених на механічну систему
366. Дати визначення рівнянь в’язей.
367. Дати визначення стаціонарних в’язей.
368. Дати визначення нестаціонарних в’язей.
369. Дати визначення стримуючих або двосторонніх в’язей.
370. Дати визначення нестримуючих (односторонніх) в’язей.
371. Дати визначення геометричних в’язей.
372. Дати визначення кінематичних в’язей.
373. На які типи підрозділяються кінематичні в’язі?
374. Які в’язі називаються голономними?
375. Які в’язі називаються неголономними?
376. Дати визначення можливих переміщень точки
377. Дати визначення можливих переміщень системи.
378. Дати визначення дійсного переміщення точки.
379. Дати визначення дійсного переміщення системи.
380. Для яких в’язей дійсне переміщення механічної системи збігається з одним із можливих?
381. Дати визначення числа ступенів вільності механічної системи з голономними в’язями.
382. Записати формулу, яка визначає число ступенів вільності механічної системи з голономними в’язями.
383. Які в’язі, що накладені на механічну систему, називаються ідеальними?
384. Сформулювати принцип можливих переміщень.

Загальне рівняння динаміки механічної системи

385. Дати визначення узагальнених координат механічної системи.
386. Для яких в’язей кількість узагальнених координат механічної системи збігається з числом її незалежних можливих переміщень?
387. Дати визначення узагальнених швидкостей механічної системи.

388. Визначити поняття можливої роботи сили.

389. Дати визначення узагальненої сили, що відповідає деякій узагальненій координаті механічної системи.

390. Як визначаються узагальнені сили потенціального силового поля?

391. Сформулювати умови рівноваги механічної системи в узагальнених координатах.

392. Сформулювати умови рівноваги механічної системи в узагальнених координатах для потенціальних сил.

393. Сформулювати загальне рівняння динаміки механічної системи та записати відповідну формулу.

Рівняння Лагранжа другого роду

394. Сформулювати загальне рівняння динаміки механічної системи через узагальнені координати.

395. За якою формулою визначається узагальнена сила інерції механічної системи?

396. Записати рівняння Лагранжа другого роду для механічної системи з кількома ступенями вільності.

397. Який вигляд приймають рівняння Лагранжа другого роду у випадку дії лише потенціальних активних сил?

398. Який вигляд приймають рівняння Лагранжа другого роду у випадку одночасної дії активних потенціальних та непотенціальних сил?

399. Визначити поняття функції Лагранжа або кінетичного потенціалу консервативної механічної системи.

400. Яка особливість складання рівнянь Лагранжа другого роду у неінерціальних системах відліку?

Частина II. ВІДПОВІДІ

Розділ I. СТАТИКА

ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

1. *Матеріальне тіло* є деяка кількість речовини, що заповнює кінцевий об'єм та характеризується його масою.

2. *Матеріальна частинка* є яка завгодно мала частина матеріального тіла, яка зберігає як свій об'єм, так і масу.

3. *Матеріальна точка* є наукова абстракція матеріальної частинки – це частинка настільки малих розмірів, що її формою та об'ємом можна знехтувати, але у неї залишається маса.

4. *Механічний стан* деякої сукупності матеріальних частинок є такий стан, який однозначно визначається їх взаємним положенням у просторі, та зміною цього положення впродовж часу.

5. *Вільна матеріальна частинка* – це матеріальна частинка, на зміну механічного стану якої не накладено будь-яких обмежень.

6. *Ізольована матеріальна частинка* – це матеріальна частинка, зміна механічного стану якої не змінює механічного стану інших матеріальних частинок.

7. *Механічна взаємодія матеріальних частинок* – це така їх взаємодія, при якої зміна механічного стану однієї з них приводить до зміни механічний стану інших.

8. *Сила* є векторна міра механічної взаємодії матеріальних частинок між собою та визначається точкою її прикладення, лінією дії, напрямком та модулем.

9. *Механічна система* є сукупність матеріальних частинок, механічно взаємодіючих між собою.

10. *Система сил* є сукупність сил, прикладених до однієї і тієї же механічної системи.

11. *Векторний нуль сил* є система двох сил, прикладених в одній точці, які мають рівні модулі, загальну лінію дії та протилежні напрямки.

12. *Прямо протилежні сили* є система двох сил, які мають рівні модулі, загальну лінію дії та протилежні напрямки.

13. *Абсолютно тверде тіло* є наукова абстракція твердого тіла, що деформується – це тіло, механічний стан якого не змінюється, якщо до нього прикласти або від нього відкинути дві прямо протилежні сили.

Наслідок. Взаємна відстань між точками абсолютно твердого тіла не змінюється, тобто абсолютно тверде тіло не деформується

14. *Пара сил* є система двох сил, прикладених до абсолютно твердого тіла, модулі яких рівні, лінії дії паралельні (але не збігаються) і напрямки протилежні.

15. *Найпростіші системи сил*: одна сила; векторний нуль сил; пара сил; система двох сил, лінії дії яких є прямими, що схрещуються.

Примітка. Означені системи сил називаються найпростішими, тому що далі вони не спрощуються та дія однієї з них не може бути приведена до дії іншої.

16. *Збіжна система сил* – це система сил, лінії дії яких перетинаються у одній точці.

17. *Система паралельних* – це система сил, лінії дії яких паралельні.

18. *Плоска система сил* – це система сил, лінії дії яких лежать у одній площині.

19. *Еквівалентні перетворення системи сил* – це такі її перетворення, які не приводять до зміни того механічного стану механічної системи, яке вона мала до цього перетворення.

20. *Елементарні операції* над системою сил – це такі її еквівалентні перетворення, існування яких витікає з векторної природи сил: а) додавання до системи сил векторного нуля сил; б) відкидання від системи сил векторного нуля сил; в) заміна двох сил, прикладених у одній точці, однією силою, прикладеною у тій же точці та знайденою за правилом паралелограма; г) заміна однієї сили, прикладеної у деякій точці, двома силами, прикладеними у тій же точці та знайденими за правилом паралелограма.

21. *Еквівалентні системи сил* – це системи сил, що утворюються одна з другої еквівалентними перетвореннями, зокрема, застосуванням елементарних операцій.

22. *Рівнодійна сила* системи сил є поняття фізичне – це одна сила, еквівалентна даній системі сил.

23. *Головний вектор* системи сил є поняття математичне – це вільний вектор, що дорівнює векторній сумі сил системи.

Примітка. Головний вектор можна знайти для будь-якої системи сил, але не у кожній системі сил існує її рівнодійна. Наприклад, можна знайти головний вектор пари сил, але у пари сил не існує рівнодійної.

24. *Плече сили відносно точки* є найкоротша відстань від цієї точки до лінії дії сили.

25. *Плече пари сил* є найкоротша відстань між лініями дії сил пари.

26. *Момент сили відносно точки* є вектор, прикладений у даній точці, лінія дії якого перпендикулярна площині, що містить у собі лінію дії сили і точку; спрямований він у ту сторону, звідки видно, що сила намагається обертати тіло проти годинникової стрілки. Модуль цього вектора дорівнює добутку модуля сили та її плеча відносно початкової точки.

27. *Головний момент системи сил відносно точки* є прикладений у цій точці вектор, що дорівнює векторній сумі моментів усіх сил відносно початкової точки.

28. *Момент пари сил* є головний момент сил пари відносно довільної точки – це вільний вектор, лінія дії якого перпендикулярна площині пари; спрямований він у ту сторону, звідки видно, що пара намагається обертати тіло проти годинникової стрілки; модуль його дорівнює добутку модуля однієї з сил пари та її плеча.

29. *Рівнодійна пара* системи пар сил – це одна пара сил, еквівалентна даній системі пар сил.

30. *Момент сили відносно осі* є число, що дорівнює добутку модуля проекції сили на площину S, перпендикулярну осі та плеча цієї проекції відносно точки перетину осі з площиною S . Це число береться зі знаком плюс, якщо з позитивного напрямку осі видно, що сила намагається обертати тіло проти годинникової стрілки та зі знаком мінус у протилежному випадку.

Примітка. Якщо сила лежить в площині, що перпендикулярна до осі, то її момент відносно цієї осі називають алгебраїчним моментом відносно точки перетину осі з площиною. Поняттям алгебраїчного моменту користуються у випадку, коли система сил плоска.

31. *Головний момент системи сил відносно осі* є алгебраїчна сума моментів усіх сил системи відносно даної осі.

32. *Врівноважена система сил* – це система сил, що еквівалентна векторному нулю.

33. *Рівновага матеріальної точки* – це такий її стан, при якому прикладена до неї система сил врівноважена. *Механічна система врівноважена*, якщо врівноважена кожна з її точок.

34. *Внутрішні сили* – це сили взаємодії матеріальних точок даної механічної системи між собою.

35. *Зовнішні сили* – це сили дії матеріальних точок та тіл, що не входять до виділеної механічної системи, на матеріальні точки даної механічної системи.

36. *В'язі*, накладені на механічну систему – це тіла, що накладають обмеження на зміну механічного стану точок даної системи.

37. *Сили реакції в'язей* – це сили дії в'язей на виділену механічну систему.

38. *Активні сили* – це сили, що прикладені до матеріальних частинок механічної системи, які не залежать від механічного стану цієї механічної системи та наявності інших прикладених до неї сил.

ФОРМУЛЮВАННЯ АКСІОМ, ТЕОРЕМ ТА НАСЛІДКІВ

39. *Третя аксіома Ньютона (аксіома про дію та протидію)*. Сили, з якими дві матеріальні точки механічно взаємодіють між собою, прикладені до цих точок, рівні за величиною та спрямовані уздовж з'єднуючої їх прямої у протилежних напрямках.

40. *Четверта аксіома Ньютона (аксіома про векторну природу сил)*. Дві сили, прикладені до матеріальної точки, еквівалентні одній силі, прикладеній до цієї ж точки, модуль та напрямок якої визначаються діагоналлю паралелограма, сторонами якого є початкові сили.

41. Елементарні операції над системою сил мають такі властивості: а) вони є еквівалентними перетвореннями системи сил; б) вони не змінюють головного вектора системи сил; в) вони не змінюють головного моменту системи сил відносно довільної точки та осі.

42. Для того, щоб вільне абсолютно тверде тіло знаходилося у рівновазі, необхідно та достатньо, щоб прикладена до нього система зовнішніх сил була зрівноважена, тобто, внутрішні сили, що діють в абсолютно твердому тілі, на його рівновагу не впливають.

43. Для того, щоб вільне абсолютно тверде тіло знаходилося у рівновазі під дією тільки двох зовнішніх сил, необхідно та достатньо, щоб ці сили були прямо протилежними.

44. Для того, щоб вільне абсолютно тверде тіло знаходилося у рівновазі під дією трьох зовнішніх сил, лінії дії двох з яких перетинаються у одній точці, необхідно, щоб лінія дії і третьої сили проходила через цю ж точку.

45. Щоб знайти головний вектор системи сил геометричним способом необхідно із довільної точки відкласти вектор, що відображає першу силу, до його кінця прикласти вектор, що відображає другу силу і так далі аж до останньої сили. Вектор, що з'єднує початок першого вектора з кінцем останнього, і є головний вектор даної системи сил.

46. Щоб знайти головний вектор системи сил аналітичним способом, необхідно знайти його проекції на осі координат як суми проекцій всіх сил системи на кожну з цих осей координат:

$$F_x = \sum F_{kx}; \quad F_y = \sum F_{ky}; \quad F_z = \sum F_{kz}.$$

Потім, за знайденими проекціями головного вектора на осі координат, знаходять його модуль та косинуси спрямовуючих кутів:

$$F = (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{1/2} \;;$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}; \quad \cos\beta = \frac{F_y}{F}; \quad \cos\gamma = \frac{F_x}{F}.$$

47. Якщо у системи сил, що прикладена до абсолютно твердого тіла, існує рівнодійна, то за величиною та напрямком вона дорівнює головному вектору цієї системи сил.

48. Для того, щоб знайти момент сили відносно осі, необхідно: а) провести площину, перпендикулярну до осі; б) спроектувати вектор сили на проведену площину та знайти модуль цієї проекції; в) знайти плече отриманої проекції сили відносно точки перетину осі із проведеною площиною; г) створити добуток модуля згаданої проекції сили та знайденого плеча; д) отримане число береться зі знаком плюс, якщо з позитивного напрямку осі видно, що сила намагається обертати тіло навколо осі проти годинникової стрілки, та зі знаком мінус – у протилежному випадку. Це число з відповідним знаком і є момент сили відносно осі.

49. Момент сили відносно точки дорівнює нулю, якщо лінія дії сили проходить через цю точку.

50. Момент сили відносно осі дорівнює нулю у двох випадках: а) коли лінія дії сили та ось паралельні; б) коли лінія дії сили перетинає ось. Узагальнюючи, можна сказати, що момент сили відносно осі дорівнює нулю, якщо лінія дії вектора сили та ось лежать у одній площині.

51. Момент сили відносно точки визначається векторним способом як векторний добуток вектора $\bar{r}$, проведеного з цієї точки до точки прикладення сили (взагалі до любої точки на лінії дії сили), та самого вектора сили

$$\bar{m}_o(\bar{F}) = \left[\bar{r} \times \bar{F}\right].$$

52. Щоб знайти момент сили відносно точки координатним способом, треба записати векторний вираз для цього моменту у вигляді визначника (у першому рядку якого – орти Декартових прямокутних осей координат, у другому рядку – координати точки прикладення сили, у третьому – проекції вектора сили на ці ж осі координат)

$$m_O(\bar{F}) = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix},$$

та розкрити цей визначник по першому рядку. Вирази при ортах будуть проекціями векторного моменту сили відносно точки на осі координат:

$$\left[\bar{m}_O(\bar{F})\right]_x = (yF_z - zF_y);$$

$$\left[\bar{m}_O(\bar{F})\right]_y = (zF_x - xF_z);$$

$$\left[\bar{m}_O(\bar{F})\right]_z = (xF_y - yF_x),$$

знаючи які, знаходять модуль та косинуси спрямовуючих кутів моменту сили відносно точки.

53. Момент сили відносно осі дорівнює проекції на цю ось моменту даної сили відносно довільної точки, що лежить на осі

$$m_z(\bar{F}) = \left[\bar{m}_O(\bar{F})\right]_z.$$

54. Головний момент системи сил відносно осі дорівнює проекції на дану ось головного моменту цієї ж системи сил відносно довільної точки, що лежить на осі

$$M_z = \left[\bar{M}_O\right]_z.$$

55. Сума моментів сил пари відносно осі дорівнює проекції векторного моменту цієї пари на дану ось.

56. *Теорема Варіньйона.* Момент рівнодійної системи збіжних сил відносно довільної точки або осі дорівнює сумі моментів сил системи відносно тієї ж точки або тієї ж осі.

57. *Теорема Варіньйона.* Якщо у системи сил існує рівнодійна, то момент рівнодійної відносно довільної точки або осі дорівнює сумі моментів сил системи відносно тієї ж точки або тієї ж осі.

58. Головний момент системи сил відносно нового центра дорівнює головному моменту цієї ж системи сил відносно старого центра плюс момент головного вектора даної системи сил, прикладеного у старому центрі, відносно нового центра

$$\overline{M}_{O1} = \overline{M}_O + \overline{m}_{O1}(\overline{F}_O).$$

59. Якщо головний вектор системи сил дорівнює нулю, то її головний момент не залежить від вибору полюса.

Наслідок. Момент пари сил не залежить від вибору полюса.

60. *Основна лема статики*: Довільна система сил, що прикладена до абсолютно твердого тіла, еквівалентна одній з найпростіших систем сил, тобто, завжди може бути приведена до двох сил, які утворюють: або векторний нуль сил; або дві не рівних за модулем сили із загальною лінією дії; або пару сил; або дві сили, лінії дії яких схрещуються.

61. Для того, щоб дві системи сил, які прикладені до абсолютно твердого тіла, були еквівалентними, необхідно та достатньо, щоб їх головні вектори та головні моменти, відносно одного й того ж центру, були рівні.

62. *Основна теорема статики*: Для того, щоб довільна система сил, що прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилася у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб її головний вектор та головний момент відносно довільної точки дорівнювали нулю.

63. Для того, щоб довільна просторова система сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно та достатньо, щоб суми проекцій усіх сил системи на кожну з трьох осей координат та суми моментів усіх сил системи відносно трьох осей координат дорівнювали нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum m_x(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_z(\overline{F}_k) = 0.$$

64. Для того, щоб довільна плоска система сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума проекцій усіх сил системи на кожну з двох осей координат та сума їх алгебраїчних моментів відносно будь-якої точки, що лежать у площині дії сил, були рівні нулю

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum m_O(\overline{F}_k) = 0.$$

65. Для рівноваги довільної плоскої системи сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, необхідно й достатньо, щоб суми алгебраїчних моментів усіх сил відносно двох точок, що лежать у площині дії сил та сума їх проекцій на ось, що лежить у площині сил та не перпендикулярна прямій, що з'єднує ці точки, були рівні нулю

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_B(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum F_{kx} = 0.$$

66. Для того, щоб довільна плоска система сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума алгебраїчних моментів усіх сил відносно трьох точок, що лежать у площині дії сил та не належать одній прямій, були рівні нулю:

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_B(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_C(\overline{F}_k) = 0.$$

67. Для того, щоб просторова система збіжних сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб суми проекцій усіх сил системи на кожну з трьох осей координат дорівнювали нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum F_{kz} = 0.$$

68. Для того, щоб плоска система збіжних сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб суми проекцій усіх сил на кожну з двох осей координат, що лежать у площині дії сил, дорівнювали нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$$

69. Для того, щоб просторова система паралельних сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума проекцій цих сил на паралельну їм ось та сума моментів відносно двох осей, перпендикулярних лініям дії сил, дорівнювали нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_z(\overline{F}_k) = 0.$$

70. Для того, щоб плоска система паралельних сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума проекцій цих сил на паралельну їм ось та сума алгебраїчних моментів відносно довільної точки, що лежить у площині дії сил, дорівнювали нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum m_A(\overline{F}_k) = 0.$$

71. Для того, щоб довільна просторова система пар сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума проекцій моментів пар сил на кожну з трьох осей координат, дорівнювала нулю:

$$\sum m_{kx} = 0; \quad \sum m_{ky} = 0; \quad \sum m_{kz} = 0.$$

72. Для того, щоб довільна плоска система пар сил, яка прикладена до вільного абсолютно твердого тіла, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума проекцій моментів пар сил на ось, перпендикулярну площині дії цих пар, дорівнювала нулю

$$\sum m_{kz} = 0 ,$$

тобто щоб сума алгебраїчних моментів пар сил дорівнювала нулю.

73. *Лема.* Сила, що прикладена до абсолютно твердого тіла, еквівалентна системі з трьох сил, одна з яких дорівнює початковій силі та прикладена до довільної точки цього тіла, а дві інші утворюють пару, момент якої дорівнює моменту початкової сили відносно її нової точки прикладення.

74. Теорема Пуансо. Будь-яка система сил, що прикладена до абсолютно твердого тіла, еквівалентна системі з трьох сил, одна з яких дорівнює головному вектору даної системи та прикладена до довільної точки цього тіла, а дві інші утворюють пару, момент якої дорівнює головному моменту початкової системи сил відносно цієї ж точки.

75. Будь-яка система сил, прикладена до абсолютно твердого тіла, може бути приведена до одного з таких найпростіших видів: а) до двох прямо протилежних сил (векторного нуля), якщо головний вектор та головний момент системи сил дорівнюють нулю; б) до пари сил, якщо головний вектор системи дорівнює нулю, а головний момент системи відносно довільного центра не дорівнює нулю; в) до однієї сили (рівнодійної), якщо головний вектор системи не дорівнює нулю, а головний момент системи дорівнює нулю, або також не дорівнює нулю, але головний вектор та головний момент у цьому випадку взаємно перпендикулярні; г) до динами (двох сил, лінії дії яких схрещуються), якщо головний вектор та головний момент системи не дорівнюють нулю і якщо вони не взаємно перпендикулярні.

76. Система сил, яка прикладена до абсолютно твердого тіла, приводиться до рівнодійної, якщо її головний вектор не рівний нулю, а скалярний добуток головного вектора та головного моменту відносно довільної точки дорівнює нулю.

77. Система сил, яка прикладена до абсолютно твердого тіла, приводиться до пари сил, якщо її головний вектор рівний нулю, а головний момент відносно довільного полюса не рівний нулю.

78. Система сил, яка прикладена до абсолютно твердого тіла, приводиться до динами, якщо скалярний добуток її головного вектора та головного моменту відносно довільної точки не рівний нулю.

79. Центром системи паралельних сил називається точка прикладення рівнодійної даної системи сил, яка залишається незмінною при будь-яких поворотах усіх сил системи навколо їх точок прикладення на один і той же кут у одному напрямку.

80. Центром ваги тіла називається центр паралельних сил ваги усіх його частинок.

81. Якщо тіло має площину матеріальної симетрії, ось матеріальної симетрії або центр матеріальної симетрії, то центр ваги тіла лежить, відповідно, у цій площині, на цій осі або у цьому центрі симетрії.

82. Визначення центра ваги тіла складної форми методом поділення його на найпростіші фігури полягає в наступному: а) тіло розділяється на частини, центри ваги яких легко визначити; б) у центрі ваги кожної з частин розміщується еквівалентна точка, вага якої дорівнює вазі даної частини; в) знаходиться положення центра ваги збудованої системи еквівалентних точок відповідно до формули

$$\bar{r}_C = \frac{\sum \bar{r}_k P_k}{\sum P_k},$$

де $\bar{r}_C$ - радіус-вектор центра мас тіла; $\bar{r}_k$ та P_k - відповідно, радіус-вектор та вага k-ої еквівалентної точки.

83. Спосіб від′ємної ваги (площі, об’єму) застосовується для визначення центра ваги тіл з вирізами або порожнечами. Тіло уявно доповнюється до суцільного, після чого у кожному вирізі (порожнечі) додається вага, яка дорівнює вазі частини тіла у обсязі даного вирізу. Потім застосовується метод еквівалентних точок для суцільного тіла з урахуванням того, що додана до порожнеч вага (площа, об’єм) береться зі знаком мінус.

84. Гранична величина сили тертя ковзання тіла по поверхні дорівнює добутку коефіцієнта тертя ковзання та сили нормального тиску тіла на опорну поверхню

$$F_{тер} = fN.$$

85. Гранична величина моменту сил тертя кочення тіла по поверхні дорівнює добутку коефіцієнта тертя кочення та сили нормального тиску тіла на опорну поверхню

$$M_{тер} = kN.$$

Розділ ІІ. КІНЕМАТИКА

ВИХІДНІ ПОНЯТТЯ ТА ПРИНЦИПИ

86. *Відносність механічної форми руху матерії* полягає в залежності спостереження та опису цього руху від вибору того тіла, стосовно якого рух розглядається.

87. Те тіло, стосовно якого розглядається рух механічної системи, називається *тілом відліку*, а зв'язана з ним система просторово-часових координат називається *системою відліку*.

88. *Кінематичний принцип відносності механіки* є ствердження такого експериментального факту**:** взаємний рух матеріальних тіл не залежить від того, стосовно якого з них цей рух розглядається, але сприйматися та описуватися даний рух буде при цьому неоднаково.

89. У геоцентричній системі відліку Птоломея рух планет спостерігається за замкненими петлеподібними траєкторіями, а у геліоцентричній системі відліку Коперника траєкторії цих рухів є пошти концентричні кола, але зміна "точки зору" спостерігача не змінює взаємний рух планет.

90. Ствердження Ньютона: "простір абсолютний" та "час абсолютний" означають, що довжина одного й того ж відрізка (також – масштабного) та інтервал часу одного й того ж процесу (також – масштабного) є однакові при їх вимірюванні в різних системах відліку незалежно від того рухаються вони, чи находяться в спокої одна відносно одної.

91. Визначити кінематичні рівняння руху механічної системи означає визначити той зв'язок, що існує між її положенням у вибраній системі відліку та часом.

92. Кінематичні рівняння руху механічної системи визначається у явній та у неявній формах.

93. Кінематичні рівняння руху механічної системи у явній формі визначається безпосередньою залежністю узагальнених координат цієї системи від часу.

94. Кінематичні рівняння руху механічної системи у неявній формі визначається диференціальними або інтегральними рівняннями її руху із відповідними початковими та граничними умовами.

КІНЕМАТИКА ТОЧКИ

95. Для того, щоб визначити кінематичні рівняння руху точки векторним способом, необхідно визначити радіус-вектор цієї точки як функцію часу

$$\bar{r} = \bar{r}(t).$$

96. Для того, щоб визначити кінематичні рівняння руху точки координатним способом, необхідно визначити координати цієї точки як функції часу, наприклад, в Декартовій системі відліку:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$$

97. Швидкість точки при векторному способі визначення руху знаходиться як перша похідна по часу від її радіус-вектора

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt},$$

а прискорення – як друга похідна по часу від її радіус-вектора або як перша похідна по часу від її вектора швидкості

$$\bar{a} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d\bar{v}}{dt}.$$

98. Якщо рух точки визначений координатним способом, наприклад, в прямокутній Декартовій системі відліку, то проекції її векторів швидкості та прискорення на осі координат визначаються за формулами:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt};$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt}; \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt}; \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dv_z}{dt},$$

де v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z – відповідно, проекції вектора швидкості та прискорення точки на осі координат.

99. Модуль швидкості та прискорення точки, рух яко визначений координатним способом, наприклад, в прямокутній Декартовій системі відліку, визначаються за формулами:

$$v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2};$$

$$a = (a_x^2 + a_y^2 + v_z^2)^{1/2},$$

де $v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z$ – відповідно, проекції вектора швидкості та прискорення точки на осі координат.

100. Лінія, яку описує точка у певній системі відліку, називається траєкторією даної точки у цій системі відліку.

101. Для того, щоб знайти рівняння траєкторії точки, рух якої визначений координатним способом, необхідно з цих рівнянь руху виключити параметр (час) t.

102. Для того, щоб визначити кінематичні рівняння руху точки натуральним способом, необхідно вказати:

а) траєкторію точки;

б) початок відліку дугової координати точки на траєкторії;

в) напрямок додатного відліку дугової координати на траєкторії;

г) дугову координату точки як функцію часу $s = s(t)$.

103. Напрямок дотичної до траєкторії точки, рух якої визначений натуральним способом, встановлюють в сторону додатного відліку її дугової координати.

104. Натуральними осями координат називаються:

а) дотична: орт дотичної $\bar{\tau}$ спрямований у сторону додатного відліку дугової координати;

б) головна нормаль: орт головної нормалі $\bar{n}$ спрямований до центра кривизни траєкторії;

в) бінормаль: орт бінормалі $\bar{b}$ спрямований так, щоб три взаємно перпендикулярні осі $\bar{\tau}, \bar{n}, \bar{b}$ створювали праву систему координат.

105. Якщо рух точки визначений натуральним способом, то проекції її вектора швидкості на натуральні осі координат визначаються формулами:

$$v_\tau = \frac{ds}{dt}; \quad v_n = 0; \quad v_b = 0.$$

Модуль вектора швидкості точки визначається так:

$$v = (v_\tau^2 + v_n^2 + v_b^2)^{1/2} = \left|\frac{ds}{dt}\right|.$$

106. Якщо рух точки визначений натуральним способом, то проекції її вектора прискорення на натуральні осі координат визначаються формулами:

$$a_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2}; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}; \quad a_b = 0,$$

де ρ – поточний радіус кривизни траєкторії. Модуль вектора прискорення визначається так:

$$a = (a_\tau^2 + a_n^2 + a_b^2)^{1/2} = (a_\tau^2 + a_n^2)^{1/2}.$$

107. Дотичне прискорення точки дорівнює нулю:
а) при русі точки зі сталою за величиною швидкістю;
б) у ті моменти часу, коли величина швидкості точки досягає екстремальних значень.

108. Нормальне прискорення точки дорівнює нулю:
а) при прямолінійному русі точки;
б) у точках перегину траєкторії точки;
в) у ті моменти часу, коли точка змінює напрямок свого руху на протилежний.

109. Дотичне прискорення точки характеризує зміну її швидкості за величиною. Нормальне прискорення точки характеризує зміну її швидкості за напрямком.

110. Якщо рух точки визначений координатним способом, наприклад, в прямокутній Декартові системі відліку, то величини її дотичного та нормального прискорень визначаються за формулами:

$$|a_\tau| = \frac{|v_x a_x + v_y a_y + v_z a_z|}{|(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}|};$$

$$a_n = +(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - a_\tau^2)^{1/2},$$

де $v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z$ – відповідно, проекції вектора швидкості та прискорення точки на осі координат.

111. Характер руху точки у даний момент часу визначається так:

а) якщо кут між векторами швидкості та прискорення гострий, то рух – прискорений, якщо тупий, то – сповільнений;

б) якщо $v_x a_x + v_y a_y + v_z a_z \succ 0$, то рух – прискорений, у протилежному випадку – сповільнений;

в) якщо $v_\tau a_\tau \succ 0$, то рух – прискорений, у протилежному випадку – сповільнений.

КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

112. Незалежні між собою параметри, які однозначно визначають положення тіла у просторі відносно вибраної системи відліку, називаються його узагальненими координатами. Кількість незалежних узагальнених координат даного тіла називають кількістю його ступенів вільності.

Поступальний рух тіла

113. Поступальним рухом тіла називається такий його рух, при якому пряма, що з'єднує дві довільні точки цього тіла, за весь час його руху переміщується паралельно самій собі.

114. Кінематичні рівняння поступального руху твердого тіла задаються рівняннями руху однієї з його точок у будь-якій з форм – векторній, координатній або натуральній. Наприклад, якщо за таку точку взяти центр мас тіла, то рівняння його руху у координатній формі запишуться так:

$$x_C = x(t); \quad y_C = y(t); \quad z_C = z(t).$$

115. Швидкість та прискорення точок тіла при його поступальному русі визначаються швидкістю та прискоренням однієї з його точок, наприклад, швидкістю та прискоренням центра мас:

$$\bar{v}_C = \frac{d\bar{r}_C}{dt}; \quad \bar{a}_C = \frac{d^2\bar{r}_C}{dt^2} = \frac{d\bar{v}_C}{dt}.$$

116. Швидкості та прискорення точок тіла при його поступальному русі рівні між собою.

Обертання тіла навколо нерухомої осі

117. Рух твердого тіла називається обертальним навколо нерухомої осі у деякій системі відліку, якщо у цьому тілі існують такі дві точки, які за весь час його руху залишаються нерухомими у цій системі відліку. Лінія, яка з'єднує ці нерухомі точки, називається віссю обертання.

118. Кінематичне рівняння руху тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, задається кутом його повороту як функцією часу

$$\varphi = \varphi(t),$$

при цьому кут вважається додатним, якщо з позитивного кінця вісі видно, що він відкладений проти годинникової стрілки від нуля відліку.

119. Алгебраїчне значення кутової швидкості та кутового прискорення тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, визначаються за формулами:

$$\omega_z = \frac{d\varphi}{dt}; \quad \varepsilon_z = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega_z}{dt}.$$

120. Якщо алгебраїчні значення кутової швидкості та кутового прискорення для деякого моменту часу мають однакові знаки, то це тіло у цю мить обертається прискорено, у протилежному випадку – сповільнено.

121. Модуль швидкості точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, визначається за формулою

$$v = \omega h,$$

де ω – величина кутової швидкості обертання тіла; h – найкоротша відстань від даної точки до осі обертання тіла.

122. Вектор швидкості точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, перпендикулярний до радіуса обертання цієї точки та спрямований у сторону обертання тіла.

123. Модулі дотичного та нормального прискорень довільної точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, визначаються за формулами:

$$|a_\tau| = \varepsilon h; \quad a_n = \omega^2 h,$$

де ω та ε – величини, відповідно, кутової швидкості та кутового прискорення обертання тіла, h – найкоротша відстань від даної точки до осі обертання тіла.

124. Вектор дотичного прискорення точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, перпендикулярний до радіуса обертання цієї точки й спрямований в сторону обертання тіла при його прискореному обертанні і в сторону, протилежну його обертанню – при сповільненому. Вектор нормального прискорення точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, перпендикулярний осі обертання та спрямований до цієї осі.

125. Модуль прискорення довільної точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, визначається за формулою

$$a = h(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2}.$$

Вектор прискорення складає з радіусом обертання даної точки кут β, причому

$$tg\beta = \frac{\varepsilon}{\omega^2},$$

де ω та ε – величини, відповідно, кутової швидкості та кутового прискорення обертання тіла; h – найкоротша відстань від даної точки до осі обертання тіла.

126. Вектором кутової швидкості обертання тіла називається вектор, лінія дії якого збігається з віссю обертання тіла, його модуль рівний величині кутової швидкості обертання тіла і спрямований він так, що з кінця цього вектора обертання тіла спостерігається проти годинникової стрілки. Вектором кутового прискорення тіла називається перша похідна по часу від вектора його кутової швидкості

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$$

127. Якщо вектори кутової швидкості $\bar{\omega}$ та кутового прискорення $\bar{\varepsilon}$ обертання тіла спрямовані в одну сторону, то його обертання – прискорене, у протилежному випадку – сповільнене.

Плоскопаралельний рух тіла

128. Рух твердого тіла називається плоскопаралельним (плоским), якщо траєкторії всіх його точок лежать у площинах, паралельних одній і тій же площині, що прийнята за нерухому.

129. Плоский рух тіла у будь-який момент часу розкладається на поступальний разом з деяким полюсом та обертальний навколо осі, яка проходить через цей полюс та перпендикулярна площині руху тіла.

130. Щоб визначити кінематичні рівняння плоского руху тіла, необхідно визначити рух однієї з точок цього тіла, що прийнята за полюс, та обертання тіла навколо осі, яка перпендикулярна площині руху тіла та проходить крізь даний полюс:

$$x_A = x(t); \quad y_A = y(t); \quad \varphi = \varphi(t).$$

131. Швидкість довільної точки B фігури при її плоскому русі визначається формулою

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA},$$

де A – точка плоскої фігури, що прийнята за полюс; $\bar{v}_{BA}$ – швидкість точки B у обертальному русі цієї фігури навколо полюса A; $\bar{v}_A$ – швидкість полюса A.

132. Вектор $\bar{v}_{BA}$ є швидкість точки B у обертальному русі плоскої фігури навколо полюса A. Цей вектор перпендикулярний відрізку AB і спрямований у сторону обертання фігури в даний момент часу. Величина даної швидкості визначається за формулою

$$v_{BA} = \omega |AB|,$$

де ω - величина кутової швидкості обертання тіла; $|AB|$ - відстань між точками A та B.

133. Проекції швидкостей двох точок плоскої фігури на вісь, що з'єднує ці точки, рівні між собою.

134. Креслення, на якому зображені промені, що виходять з однієї точки та відображають у вибраному масштабі вектори швидкостей точок фігури, яка здійснює плоский рух, називається планом швидкостей цієї фігури. Кінці цих променів називаються вершинами плану швидкостей.

135. Будь-яка фігура на плані швидкостей подібна відповідній фігурі тіла та повернена у відношенні до неї на кут 90° в сторону обертання цього тіла. Так, якщо деяка точка ділить який-небудь відрізок фігури тіла у визначеній пропорції, то й відповідна точка ділить відповідний відрізок на плані швидкостей у тій же пропорції.

136. Відрізок, що з'єднує на плані швидкостей дві його вершини, наприклад, точки a та b, відображає швидкість точки B у обертальному русі плоскої фігури навколо полюса A, тобто відображає вектор $\bar{v}_{BA}$

137. Величина кутової швидкості тіла за допомогою плану швидкостей визначається за формулою

$$\omega = \frac{|ab| \mu_v}{|AB| \mu_1},$$

де $|ab|$– довжина відрізка на плані швидкостей; $|AB|$ – довжина відрізка на кресленні відповідної плоскої фігури тіла; μ_v – масштаб швидкостей на плані швидкостей; μ_l – масштаб довжини на кресленні фігури тіла. Напрямок обертання тіла визначається вектором $a\bar{b}$ (тобто вектором $\bar{v}_{BA}$), прикладеним у точці B креслення фігури.

138. Точка плоскої фігури, швидкість якої у даний момент часу дорівнює нулю, називається миттєвим центром швидкостей цієї фігури.

139. *Основна теорема кінематики плоского руху тіл*:
Плоский рух фігури у будь-який момент часу є або миттєво поступальний, або миттєво обертальний навколо осі, що перпендикулярна площині руху фігури та проходить крізь її миттєвий центр швидкостей.

140. Миттєвий центр швидкостей плоскої фігури, яка котиться без ковзання по нерухомому контуру, знаходиться у точці їх контакту.

141. Миттєвий центр швидкостей плоскої фігури при непаралельних напрямках швидкостей двох її точок, наприклад, точок A та B, знаходиться у точці перетину перпендикулярів до напрямків цих швидкостей, що проведені, відповідно, з точок A та B.

142. Миттєвий центр швидкостей плоскої фігури при паралельних напрямках швидкостей двох її точок не існує, якщо пряма, що з'єднує ці точки, не перпендикулярна до напрямку цих швидкостей. Рух фігури у цьому випадку є миттєвий поступальний. Якщо ж пряма, що з'єднує ці дві точки, перпендикулярна до напрямків швидкостей, то миттєвим центром швидкостей фігури є точка перетину цієї прямої з тією прямою, яка з'єднує відкладені у відповідних масштабах кінці векторів швидкостей цих точок.

143. Величина швидкості будь-якої точки A плоскої фігури у кожний момент часу дорівнює добутку модуля кутової швидкості обертання ω цієї фігури та відстані $|PA|$ від цієї точки до миттєвого центра швидкостей P. Вектор цієї швидкості перпендикулярний прямій PA, що з'єднує дану точку з миттєвим центром швидкостей, та спрямований у сторону обертання фігури.

144. При поступальному русі твердого тіла швидкості та прискорення всіх його точок рівні між собою у будь-який момент часу. При миттєвому поступальному русі твердого тіла швидкості усіх його точок також рівні між собою, але лише у даний момент часу. Прискорення ж цих точок не рівні навіть у даний момент часу.

145. При обертальному русі твердого тіла навколо нерухомої осі швидкості та прискорення усіх його точок на осі обертання рівні нулю. При миттєвому обертальному русі твердого тіла швидкості усіх його точок на миттєвій осі обертання також рівні нулю, але прискорення – ні.

146. Прискорення довільної точки B тіла при плоскому русі фігури визначається за формулою

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^{доц} + \bar{a}_{BA}^{об},$$

де A- точка фігури, що прийнята за полюс; $\bar{a}_{BA}^{доц}$- доцентрове прискорення точки B у обертальному русі фігури навколо полюса A; $\bar{a}_{BA}^{об}$- обертальне прискорення точки B у обертальному русі фігури навколо полюса A.

147. $\bar{a}_{BA}^{доц}$- доцентрове прискорення точки B у обертальному русі фігури навколо полюса A. Це прискорення спрямоване від даної точки B до полюса A і за модулем дорівнює

$$\left|\bar{a}_{BA}^{доц}\right| = \omega^2 |AB|.$$

148. $\bar{a}_{BA}^{об}$- обертальне прискорення точки B у обертанні фігури навколо полюса B. Це прискорення перпендикулярне відрізку AB та спрямоване в сторону обертання фігури при її прискореному русі і в сторону, протилежну обертанню фігури – при сповільненому русі. За модулем це прискорення дорівнює

$$\left|\bar{a}_{BA}^{об}\right| = \varepsilon |AB|.$$

149. $\overline{a}_{BA}$ - це вектор прискорення точки B у обертанні плоскої фігури навколо полюса A, який дорівнює векторній сумі векторів $\overline{a}_{BA}^{доц}$ та $\overline{a}_{BA}^{об}$. Модуль даного вектора визначається за формулою

$$a_{BA} = \left[(a_{BA}^{доц})^2 + (a_{BA}^{об})^2\right]^{1/2}.$$

150. Креслення, на якому зображені промені, що виходять з однієї точки та відображають у визначеному масштабі вектори прискорень точок фігури, що здійснює плоский рух, називається планом прискорень цієї фігури.

151. Якщо напрямок вектора $\overline{ab}$ на плані швидкостей (що визначає вектор $\overline{v}_{BA}$) збігається з напрямком вектора $\overline{b'b}$ на плані прискорень (що визначає вектор прискорення $\overline{a}_{BA}^{об}$), то обертання фігури прискорене, у протилежному випадку – сповільнене.

152. Величина кутового прискорення за допомогою плану прискорень визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{|b'b|\mu_a}{|AB|\mu_1},$$

де $|b'b|$ – довжина відрізка на плані прискорень (що визначає вектор прискорення $\overline{a}_{BA}^{об}$); $|AB|$ – довжина відрізка на кресленні відповідної плоскої фігури тіла; μ_a – масштаб прискорень на плані прискорень; μ_l – масштаб довжини на кресленні фігури тіла.

Сферичний рух тіла

153. Рух тіла називається сферичним, якщо у ньому існує лише одна точка, яка у будь-який момент часу залишається нерухомою. Сферичний рух тіла у будь-який момент часу може бути розкладений на три миттєво обертальних рухи навколо осей, що перетинаються у його нерухомій точці.

154. Положення у просторі тіла з однією нерухомою точкою задається за допомогою трьох кутів Ейлера, які називаються так: кут власного обертання φ, кут прецесії ψ та кут нутації θ.

155. Для того, щоб визначити кінематичні рівняння сферичного руху тіла, необхідно визначити його кути Ейлера як функції часу:

$$\varphi = \varphi(t);\ \ \psi = \psi(t),;\ \ \theta = \theta(t).$$

156. Сферичний рух тіла у будь-який момент часу приводиться до одного миттєвого обертального руху навколо осі, що проходить крізь його нерухому точку.

157. Вектори миттєвої кутової швидкості $\overline{\omega}$ та миттєвого кутового прискорення $\overline{\varepsilon}$ тіла при його сферичному русі визначаються за формулами:

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2 + \overline{\omega}_3; \quad \overline{\varepsilon} = \frac{d\overline{\omega}}{dt},$$

де $\overline{\omega}_1, \overline{\omega}_2, \overline{\omega}_3$- відповідно, кутові швидкості власного обертання, прецесії та нутації тіла.

158. Вектор миттєвої кутової швидкості $\overline{\omega}$ обертання тіла при його сферичному русі спрямований вздовж миттєвої осі обертання тіла в ту сторону, звідки напрямок обертання тіла у даний момент часу спостерігається проти годинникової стрілки.

159. *Теорема Резаля*: швидкість руху кінця вектора миттєвої кутової швидкості обертання тіла по годографу цього вектора співпадає за модулем та напрямком з вектором миттєвого кутового прискорення тіла.

160. Регулярною прецесією сферичного руху тіла називають такий окремий випадок його руху, коли кут нутації θ, а також величини кутової швидкості власного обертання $\dot{\varphi}$ та кутової швидкості прецесії $\dot{\psi}$ залишаються постійними.

161. При регулярній прецесії тіла вектор миттєвого кутового прискорення $\bar{\varepsilon}$ його обертання визначається векторним добутком вектора кутової швидкості прецесії $\bar{\omega}_2$ та вектора кутової швидкості власного обертання $\bar{\omega}_1$ тіла

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\omega}_2 \times \bar{\omega}_1 .$$

162. Вектори кутової швидкості та кутового прискорення тіла при його обертанні навколо нерухомої осі спрямовані вздовж його осі обертання, а при сферичному русі тіла вздовж миттєвої осі обертання спрямований лише вектор миттєвої кутової швидкості.

163. Швидкість довільної точки тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r},$$

де $\bar{\omega}$ – вектор миттєвої кутової швидкості обертання тіла; $\bar{r}$ – радіус-вектор відносно закріпленої точки тієї точки тіла, швидкість якої визначається.

164. Модуль швидкості довільної точки тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$v = \omega h,$$

де ω – величина кутової швидкості обертання тіла навколо миттєвої осі; h – найкоротша відстань від даної точки до миттєвої осі обертання.

165. Вектор швидкості довільної точки тіла при його сферичному русі перпендикулярний миттєвій осі обертання та спрямований в сторону обертання тіла у цей момент часу.

166. Вектор прискорення довільної точки тіла при його сферичному русі дорівнює векторній сумі доосьового та обертального прискорень цієї точки

$$\bar{a} = \bar{a}^{до} + \bar{a}^{об}$$

167. Модуль доосьового прискорення точки тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$a^{до} = \omega^2 h_\omega,$$

де ω – величина кутової швидкості обертання тіла навколо миттєвої осі обертання; h_ω – найкоротша відстань від даної точки до миттєвої осі обертання.

168. Вектор доосьового прискорення точки тіла при його сферичному русі перпендикулярний миттєвій осі обертання та спрямований до цієї осі.

169. Модуль обертального прискорення точки тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$a^{об} = \varepsilon h_\varepsilon,$$

де ε – величина кутового прискорення обертання тіла; h_ε – найкоротша відстань від даної точки до лінії, вздовж якої спрямований вектор кутового прискорення.

170. Вектор обертального прискорення точки тіла при його сферичному русі спрямований так, як було б спрямоване дотичне прискорення точки тіла при його обертанні навколо нерухомої осі, яка визначається вектором $\bar{\varepsilon}$, тобто

$$\bar{a}^{об} = \bar{\varepsilon} \times \bar{r},$$

де $\bar{\varepsilon}$ - вектор миттєвого кутового прискорення обертання тіла; $\bar{r}$ - радіус-вектор відносно закріпленої точки тієї точки тіла, прискорення якої визначається.

171. Модуль повного прискорення точки тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$a = \left[(a^{до})^2 + (a^{об})^2 - 2a^{до}a^{об} \cos(\bar{a}^{до} \wedge \bar{a}^{об}) \right]^{1/2},$$

де $a^{до}$ та $a^{об}$ – відповідно, величини доосьового та обертального прискорень даної точки.

Вільний рух тіла

172. Якщо на тіло не накладені ніякі в’язі, внаслідок чого воно може переміщатися за будь-яким з напрямків, то його рух називається вільним.

173. Вільний рух тіла у будь-який момент часу розкладається на миттєво-поступальний разом з деяким полюсом та сферичний навколо цього полюсу.

174. Кінематичні рівняння вільного руху тіла мають вигляд:

$$x_A = x(t); \quad y_A = y(t); \quad z_A = z(t);$$
$$\varphi = \varphi(t); \quad \psi = \psi(t); \quad \theta = \theta(t),$$

де перші три рівняння описують рух точки тіла, що прийнята за полюс, а інші три – сферичний рух тіла навколо полюсу.

175. Швидкість довільної точки тіла *B* при його вільному русі визначається як геометрична сума швидкості деякої його точки *A*, що прийнята за полюс, та швидкості цієї точки у сферичному русі навколо полюсу

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}.$$

176. Прискорення довільної точки тіла *B* при його вільному русі визначається як геометрична сума прискорення деякої його точки *A*, що прийнята за полюс, доосьового та обертального прискорень цієї точки у її сферичному русі навколо полюсу

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^{до} + \bar{a}_{BA}^{об},$$

де:

$$\bar{a}_{BA}^{до} = \bar{\omega} \times \bar{\omega} \times \overline{AB};$$

$$\bar{a}_{BA}^{об} = \bar{\varepsilon} \times \overline{AB}.$$

СКЛАДНИЙ РУХ ТОЧКИ ТА ТІЛА

Складний рух точки

177. Якщо точка рухається відносно деякої системи відліку, яка, в свою чергу, рухається відносно іншої системи відліку, що прийнята за нерухому, то рух цієї точки відносно нерухомої системи відліку називають складним.

178. Рух, швидкість та прискорення точки відносно нерухомої системи відліку називаються, відповідно, абсолютним рухом, абсолютною швидкістю та абсолютним прискоренням точки.

179. Рух, швидкість та прискорення точки відносно рухомої системи відліку називаються, відповідно, відносним рухом, відносною швидкістю та відносним прискоренням точки.

180. Переносним рухом, переносною швидкістю та переносним прискоренням точки А називають, відповідно, рух, швидкість, прискорення відносно нерухомої системи відліку тієї точки жорсткого середовища, зв'язаного з рухомою системою відліку, з якою у дану мить співпадає точка А.

181. Ствердження Ньютона: "простір абсолютний" та "час абсолютний" означають, що довжина одного й того ж відрізка (також – масштабного) та інтервал часу одного й того ж процесу (також – масштабного) є однакові при їх вимірюванні в різних системах відліку незалежно від того рухаються вони, чи находяться в спокої одна відносно одної.

182. При описанні руху однієї й тієї ж точки відносно різних систем відліку, що довільно рухаються одна відносно одної, просторова та часова координати перетворюються за співвідношеннями:

$$\bar{r} = \bar{r}_{O'} + \bar{r}'; \qquad t = t',$$

де $\bar{r}$ та $\bar{r}'$, t та t' – радіус-вектори точки та час, відповідно, відносно нештрихованої та штрихованої системи відліку; $\bar{r}_{O'}$ – радіус-вектор початку штрихованої системи відліку відносно не штрихованої.

183. Вимірювання довжини відрізку відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню довжини цього ж відрізку відносно будь-якої іншої системи відліку, яка прийнята за нерухому, на основі гіпотези Ньютона про абсолютність простору та часу.

184. Вимірювання інтервалу часу деякого процесу відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню цього ж інтервалу часу відносно будь-якої іншої системи відліку, яка прийнята за нерухому, на основі гіпотези Ньютона про абсолютність простору та часу.

185. Вимірювання векторів відносної швидкості та відносного прискорення точки відносно системи відліку, що рухається довільно, ідентичне вимірюванню цих же векторів швидкості та прискорення точки відносно будь-якої іншої системи відліку, яка прийнята за нерухому, на основі гіпотези Ньютона про абсолютність простору та часу.

186. Абсолютна швидкість точки $\bar{v}^a$ при її складному русі дорівнює векторній сумі її переносної $\bar{v}^e$ та відносної $\bar{v}^r$ швидкостей

$$\bar{v}^a = \bar{v}^e + \bar{v}^r.$$

Примітка. Оскільки абсолютна швидкість точки є її швидкість відносно системи відліку, що прийнята за нерухому, то й кожне із складових цієї швидкості в правій частині повинне розглядатися та вимірюватися також відносно нерухомої системи відліку. Однак гіпотеза Ньютона про абсолютність простору та часу дозволяє вимірювати $\bar{v}^r$ і відносно рухомої системи відліку.

187. Абсолютне прискорення точки $\bar{a}^a$ при її складному русі дорівнює векторній сумі її переносного $\bar{a}^e$, відносного $\bar{a}^r$ та коріолісового $\bar{a}^k$ прискорень

$$\bar{a}^a = \bar{a}^e + \bar{a}^r + \bar{a}^k.$$

Примітка. Оскільки абсолютне прискорення точки є її прискорення відносно системи відліку, що прийнята за нерухому, то й кожне із складових цього прискорення в правій частині повинне розглядатися та вимірюватися також з нерухомої системи відліку. Однак гіпотеза Ньютона про абсолютність простору та часу дозволяє вимірювати $\overline{a}^{r}$ і відносно рухомої системи відліку.

188. Коріолісове прискорення точки при її складному русі є та складова абсолютного прискорення цієї точки, яка визначається за формулою

$$\overline{a}^{k} = 2\overline{\varpi}^{e} \times \overline{v}^{r},$$

де $\overline{\varpi}^{e}$ – вектор кутової швидкості обертання рухомої системи відліку відносно системи відліку, що прийнята за нерухому; $\overline{v}^{r}$ – вектор відносної швидкості руху точки.

189. Для того, щоб визначити напрямок коріолісового прискорення точки за правилом векторного добутку двох векторів, необхідно відкласти з однієї точки вектор переносної кутової швидкості $\overline{\varpi}^{e}$ та вектор відносної швидкості точки $\overline{v}^{r}$**.** Тоді вектор коріолісового прискорення буде перпендикулярним площині, у якій лежать ці два вектори, та спрямованим у ту сторону, звідки поворот за найменшим кутом вектора $\overline{\varpi}^{e}$ до вектора $\overline{v}^{r}$ спостерігається проти ходу годинникової стрілки.

190. Правило Жуковського: щоб знайти напрямок коріолісового прискорення точки необхідно спроектувати вектор відносної швидкості точки $\overline{v}^{r}$ на площину, що перпендикулярна осі переносного обертання середовища та повернути цю проекцію у тій же площині на прямий кут в сторону переносного обертання.

191. Величина коріолісового прискорення точки визначається за формулою

$$a^{k} = 2\omega^{e} v^{r} \sin(\overline{\varpi}^{e}, \wedge\, \overline{v}^{r}),$$

де ω^{e} – величина кутової швидкості обертання рухомої системи відліку відносно системи відліку, що прийнята за нерухому; v^{r} – величина відносної швидкості точки.

192. Коріолісове прискорення точки дорівнює нулю у таких випадках: а) якщо $\overline{\omega}^e = 0$, тобто у випадку поступального руху рухомої системи відліку або у моменти зміни напрямку обертання цієї системи відліку при її не поступальному русі; б) якщо $\overline{v}^r = 0$, тобто у випадку відносного спокою точки або у моменти зміни напрямку відносного руху точки; в) якщо $sin(\overline{\omega}^e,^\wedge \overline{v}^r) = 0$, тобто у випадку, коли вектор відносної швидкості точки колінеарний осі обертання рухомої системи відліку.

Складний рух тіла

193. Якщо тіло рухається поступально із швидкістю $\overline{v}_1$ відносно деякої системи відліку, яка рухається поступально зі швидкістю $\overline{v}_2$ відносно іншої системи відліку, яка, в свою чергу, рухається поступально з швидкістю $\overline{v}_3$ відносно третьої системи відліку і т.д., то результуючим рухом початкового тіла відносно останньої системи відліку буде поступальний рух зі швидкістю $\overline{v}$, що дорівнює геометричній сумі швидкостей складових рухів

$$\overline{v} = \overline{v}_1 + \overline{v}_2 + \overline{v}_3 + ... + \overline{v}_n.$$

194. Якщо тіло обертається навколо деякої осі з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$, ця ось обертається з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$ навколо осі, що паралельна першій, яка, в свою чергу, обертається навколо осі, що паралельна першим двом з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_3$ і т.д., то результуючим рухом початкового тіла буде обертання навколо миттєвої осі, паралельній усім іншим, з кутовою швидкістю $\overline{\omega}$, що дорівнює геометричній сумі кутових швидкостей складових обертань

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2 + \overline{\omega}_3 + \ldots + \overline{\omega}_n.$$

195. Парою обертань називається сукупність двох обертальних рухів тіла у протилежних напрямках навколо паралельних осей з рівними за величиною кутовими швидкостями.

196. Тіло, що приймає участь у парі обертань, рухається поступально зі швидкістю, що за модулем та напрямком дорівнює векторному моменту цієї пари.

197. Якщо тіло обертається навколо деякої осі з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$, ця вісь обертається з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$ навколо осі, що перетинається з першою, яка, в свою чергу, обертається навколо осі, що проходить крізь точку перетину перших двох, з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_3$ і т. д., то результуючим рухом початкового тіла буде обертання навколо миттєвої осі, що проходить крізь загальну точку перетину осей з кутовою швидкістю $\overline{\omega}$, яка дорівнює геометричній сумі кутових швидкостей складових обертань

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2 + \overline{\omega}_3 + \ldots + \overline{\omega}_n.$$

198. Якщо тіло приймає участь одночасно у поступальному та обертальному рухах, то: а) якщо вектор швидкості поступального руху $\overline{v}$ тіла перпендикулярний вектору кутової швидкості $\overline{\omega}$ обертального руху, то результуючим рухом буде обертання навколо миттєвої осі; б) якщо вектор швидкості поступального руху $\overline{v}$ паралельний вектору кутової швидкості $\overline{\omega}$ обертального руху, то такий рух тіла далі не спрощується і називається гвинтовим; в) якщо вектор швидкості поступального руху $\overline{v}$ не паралельний і не перпендикулярний вектору кутової швидкості $\overline{\omega}$ обертального руху, то результуючий рух тіла є миттєвий гвинтовий.

199. Якщо тіло одночасно приймає участь у поступальному та обертальному рухах, причому вектор швидкості його поступального руху $\bar{v}$ паралельний осі обертання, то такий рух тіла називається гвинтовим.

200. Крок кінематичного гвинта визначається за формулою

$$h = vT = \frac{2\pi v}{\omega} = 2\pi\, p,$$

де v та ω – величини швидкості, відповідно, поступального та обертального рухів тіла у його гвинтовому русі; T – час одного оберту тіла; $p = \dfrac{v}{\omega}$ називається параметром гвинта.

Розділ III. **Д И Н А М І К А**

ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Вихідні поняття та принципи

201. *Механічна система називається замкненою*, якщо до неї належать ті тіла, які окрім переміщення одне відносно одного у наслідок їх взаємодії між собою, переміщуються також сумісно як «одне ціле». Наприклад, це може бути замкнена система тіл каюти корабля, які переміщуються разом з цієї каютою при будь яких змінах руху корабля.

202. Система відліку, відносно якої центр мас даної замкненої механічної системи перебуває у стані спокою, називається *супутньою* для цієї механічної системи.

203. Супутні системи відліку замкнених механічних систем називаються *інерціальними* для своїх механічних систем, якщо вони рухаються поступально, рівномірно та прямолінійно відносно геліоцентричної (барицентричної) системи відліку, тобто і одна відносно одної.

Примітка. Супутня система відліку, яка рухається поступально, рівномірно та прямолінійно відносно деякої інерціальної, не буде інерціальною для тих тіл, що не належать до даної замкненої механічної системи. Наприклад, геоцентрична система відліку буде інерціальною (з відомою точністю) для Місяця, але не буде інерціальною для планет та комет Сонячної системи.

204. *Динамічний принцип відносності Галілея* є ствердженням такого експериментального факту: ***ідентичні механічні процеси у різних фізичних лабораторіях, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямолінійно, проходять однаково.***

205. Відповідно до динамічного принципу відносності Галілея, перехід від математичного запису законів механіки у однієї з інерціальних систем відліку, наприклад, $K(x, y, z)$ до іншої інерціальної системи відліку, наприклад, $K'(x', y', z')$ здійснюється заміною не штрихованих просторово-часових координат та часу на штриховані.

206. *Кінематичні перетворення Галілея* просторових координат та часу при переході від однієї системи відліку до іншої, що рухається відносно першої поступально, рівномірно та прямолінійно, мають вигляд:

$$\bar{r} = \bar{v}t + \bar{r}'; \quad t = t',$$

де $\bar{r}$ та $\bar{r}'$, t та t' - радіус-вектори однієї й тієї ж точки та час, відповідно, у нештрихованій та штрихованій системах відліку; $\bar{v}$ - швидкість поступального руху штрихованої систем відліку відносно нештрихованої.

207. У динамічному принципі відносності Галілея кожне з безліч ідентичних механічних явищ розглядається окремо у своїй інерціальній системі відліку, а кінематичні перетворення Галілея перетворюють описання одного й того ж процесу від однієї з систем відліку до іншої.

208. Якщо рівняння руху при деякому перетворенні систем відліку зберігають свій вигляд, але не зберігають вираз для функцій, що до них входять, то ці рівняння називаються *коваріантними* відносно цього перетворення. Наприклад, рівняння

$$m\bar{a} = \bar{F}(t, \bar{r}, \bar{v})$$

після перетворення Галілея приводиться до вигляду

$$m\bar{a}' = \bar{F}'(t, \bar{r}', \bar{v}'),$$

але функціональна залежність правих частин цих рівнянь від своїх аргументів є різна, тобто, ці рівняння коваріантні відносно перетворень Галілея

209. Якщо рівняння руху при деякому перетворенні систем відліку зберігають як свій вигляд, так і вираз для функцій, що до них входять, то ці рівняння називаються *інваріантними* відносно цього перетворення.

Наприклад, рівняння

$$m\bar{a} = \bar{F}(t)$$

після перетворення Галілея приводиться до вигляду

$$m\bar{a}' = \bar{F}(t).$$

Функціональна залежність правих частин цих рівнянь від свого аргументна є однакова, тобто, ці рівняння інваріантні відносно перетворень Галілея

210. У інерціальній системі відліку каюти корабля, що перебуває у спокої, фронт звукової хвилі від джерела, що знаходиться у початку системи відліку, поширюється згідно з рівнянням

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ut)^2.$$

У системі відліку іншого корабля, який рухається поступально, рівномірно і прямолінійно відносно першого, при всіх тих же фізичних умовах, фронт звукової хвилі від джерела, що знаходиться у початку своєї системи відліку, поширюється відповідно до динамічного принципу відносності Галілея згідно з рівнянням

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ut)^2,$$

де $u = const$ – швидкість звуку в повітрі. Однак, кінематичні перетворення Галілея, при переході від однієї з цих систем відліку до іншої, не залишають ці рівняння інваріантними.

211. Експериментальний факт: *існує універсальне фізичне поле, утворене всіма видами матерії, яке проявляється у двох формах – як поле тяжіння та фонове поле. Це поле називається гравітаційним.*

212. *Гравітаційне поле тяжіння* – це гравітаційне поле у тій його частині (активній), яка обумовлена неоднорідністю (градієнтом) цього поля і проявляється як взаємне притягання матеріальних частинок одна до одної, тобто як сили тяжіння.

213. *Фонове гравітаційне поле* – це гравітаційне поле у тій його частині (пасивній), яка обумовлена щільністю енергії цього поля і проявляється як взаємне відштовхування тяжіючих одна до одної вільних матеріальних частинок, тобто як поле сил інерції.

214. *Інертна маса* матеріальної частинки – це притаманна їй якість, що проявляється у взаємодії цієї частинки з фоновим гравітаційним полем при її прискореному русі у інерціальній системі відліку, в силу якої *будь-яка матеріальна частинка продовжує зберігати свій стан спокою або рівномірного та прямолінійного руху лише до тих пір, поки дією прикладених до неї сил вона не буде виведена з цього стану.* (І. Ньютон).

215. *Гравітаційна маса* (гравітаційний заряд) матеріальної частинки – це притаманна їй якість, що проявляється у взаємодії цієї частинки з гравітаційним полем тяжіння іншої матеріальної частинки, в силу чого ці *дві матеріальні частинки тяжіють одна до одної у створеному ними гравітаційному полі з силами, величини яких прямо пропорціональні добутку їх мас та обернено пропорціональні квадрату відстані між ними* (І. Ньютон). Ця маса одночасно є мірою інтенсивності (напругою) власного гравітаційного поля тяжіння, що створюється частинкою.

216. *Принцип еквівалентності гравітаційної та інертної мас* – це ствердження такого експериментального факту: *гравітаційна та інертна маси однієї й тієї ж матеріальної частинки пропорціональні одна одній*.

217. *Узагальнений принцип відносності Галілея-Ньютона* – це ствердження такого експериментального факту: ***ідентичні механічні процеси у різних фізичних лабораторіях, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямолінійно, проходять однаково і в тому випадку, коли ці лабораторії вільно падають із загальним прискоренням у однорідному гравітаційному полі.*** *Зв'язані з такими падаючими лабораторіями системи відліку називаються узагальненими інерціальними системами відліку*.

218. Закони Ньютона динаміки матеріальної точки, що закладені в підґрунтя класичної механіки, сформульовані *в інерціальної*, для цієї матеріальної точки, системі відліку.

219. *Перший закон Ньютона* (закон інерції).

Формулювання 1. *Всяка матеріальна точка, внаслідок властивостей маси та її інерціальної системи відліку, продовжує знаходитися у цій системі відліку в своєму стані спокою чи рівномірного і прямолінійного руху до тих пір, поки прикладені до неї сили не примусять ії змінити цей стан.*

Формулювання 2. *Внаслідок властивостей маси матеріальної точки та її інерціальної системи відліку, існує тільки одна причина, за якою цю матеріальну точку можна вивести із стану спокою чи рівномірного і прямолінійного руху у цій системі відліку – це прикладені до цієї частинки сили.*

220. *Кількістю руху матеріальної точки* називають векторну величину, що дорівнює добутку маси цієї точки та вектора її швидкості

$$\bar{q} = m\bar{v}.$$

221. *Другий закон Ньютона* (основний закон динаміки).

Формулювання 1. *Зміна кількості руху матеріальної точки в одиницю часу у її інерціальної системі відліку дорівнює прикладеної до неї силі і здійснюється в напрямку тієї прямої, вздовж якої ця сила діє*

$$\frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \bar{F}.$$

Формулювання 2. *Прискорення вільної матеріальної точки постійної маси в її інерціальній системі відліку прямо пропорціональне прикладеної до неї сили та обернено пропорціональне її масі*

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}.$$

222. *Третій закон Ньютона* (закон рівності дії та протидії).

Дії завжди є рівна і протилежна протидія, тобто сили взаємодії двох матеріальних точок між собою рівні за величиною і спрямовані в протилежні сторони.

223. *Четвертий закон Ньютона* (закон незалежності дії сил)

Формулювання 1. *Прискорення матеріальної точки, на яку діють декілька сил, дорівнює векторній сумі тих прискорень, які вона отримала б від дії кожної з сил окремо.*

Формулювання 2. *Дві сили, прикладені до однієї матеріальної точки, еквівалентні одній силі, прикладеній до цієї ж точки, модуль та напрямок якої визначається діагоналлю паралелограма, сторонами якого є початкові сили.*

224. *П'ятий закон Ньютона* (закон всесвітнього тяжіння). *Дві матеріальні точки тяжіють одна до одної у створеному ними гравітаційному полі з силами, величини яких прямо пропорціональні добутку їх мас та обернено пропорціональні квадрату відстані між ними*

$$F = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2},$$

де γ - стала гравітації.

Основне рівняння динаміки матеріальної точки в інерціальних системах відліку

225. *Основне рівняння динаміки матеріальної точки*: Добуток маси вільної матеріальної точки на її прискорення відносно своєї інерціальній системи відліку дорівнює векторній сумі прикладених до неї сил

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_k.$$

Примітка. Якщо матеріальна точка не є вільною, то до діючих на нею сил додаються її сили реакцій в'язей.

226. Диференціальне рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у векторній формі мають вигляд:

$$m\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \sum \bar{F}_k,$$

$$\bar{r}\,/_{t=0} = \bar{r}_0; \quad \bar{v}\,/_{t=0} = \bar{v}_0,$$

де m – маса матеріальної точки; $\bar{r}_0, \bar{v}_0$ – відповідно, радіус-вектор та швидкість точки у початковий момент часу.

227. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у координатній формі мають вигляд

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{k\,x}; \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{k\,y}; \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{k\,z};$$

$$x\,/_{t=0} = x_0; \quad v_x\,/_{t=0} = v_{0x};$$

$$y\,/_{t=0} = y_0; \quad v_y\,/_{t=0} = v_{0y};$$

$$z\,/_{t=0} = z_0; \quad v_z\,/_{t=0} = v_{0z},$$

де m – маса матеріальної точки; $x_0,\ y_0,\ z_0,\ v_{0x},\ v_{0y}, v_{0z}$ – відповідно, координати та проекції вектора швидкості точки на осі координат у початковий момент часу.

228. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки та початкові умови у натуральній формі мають вигляд:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = \sum F_{k\,\tau}; \quad m\frac{1}{\rho}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \sum F_{k\,n};$$

$$s\,/_{t=0} = s_0; \quad v_\tau\,/_{t=0} = v_0,$$

де ρ - поточний радіус кривизни траєкторії матеріальної точки, m – її маса; s_0, v_0 – натуральна координата точки та проекція її вектора швидкості на дотичну до траєкторії у початковий момент часу.

229. Перша (пряма) основна задача динаміки точки полягає у визначенні рівнодійної сили, яка обумовлює відомий рух матеріальної точки з відомою масою.

230. Загальний алгоритм розв'язання прямої основної задачі динаміки точки є такий:

а) за відомим рухом матеріальної точки визначається її прискорення; б) знайдене значення прискорення і відоме значення маси підставляють у основне рівняння динаміки точки та визначають прикладену до точки рівнодійну силу, що викликає відомий рух.

231. Друга (обернена) основна задача динаміки матеріальної точки полягає у визначенні закону руху матеріальної точки, коли відомі її маса, прикладені сили та початкові умови.

232. Загальний алгоритм розв'язання оберненої основної задачі динаміки матеріальної точки є такий: а) записуються та інтегруються диференціальні рівняння руху матеріальної точки; б) за відомими початковими умовами визначаються довільні сталі, що з′являються після інтегрування.

Прямолінійні коливання матеріальної точки

233. Диференціальне рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, не враховуючи сили опору, має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + p^2x = 0,$$

де $p^2 = \frac{c}{m}$, тут p – частота вільних коливань матеріальної точки; c – коефіцієнт жорсткості пружного середовища (пружини) ; m – маса матеріальної точки.

Цьому диференціальному рівнянню відповідає характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + p^2 = 0,$$

де λ – параметр.

234. Рішення диференціального рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, не враховуючи сили опору, має вигляд:

а) перша форма

$$x = C_1 \cos pt + C_2 \sin\ pt,$$

де C_1 та C_2 – довільні сталі, значення яких знаходяться за початковими умовами; p – частота вільних коливань матеріальної точки;

б) друга форма

$$x = a\cos(pt + \alpha),$$

де a та α – відповідно, амплітуда та початкова фаза коливань, значення яких знаходяться за початковими умовами; p – частота вільних коливань матеріальної точки

235. Постійна сила F_0 зміщує центр коливань матеріальної точки на величину $\lambda_{стат}$, що дорівнює відношенню модуля сили до величини коефіцієнта жорсткості пружного середовища (пружини):

$$\lambda_{стат} = \frac{F_0}{c},$$

236. Диференціальне рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, враховуючи сили лінійного опору середовища, має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n\frac{dx}{dt} + p^2 x = 0,$$

де $p^2 = \dfrac{c}{m}$; $2n = \dfrac{\mu}{m}$; тут c – коефіцієнт жорсткості пружного середовища (пружини) ; μ – коефіцієнт опору середовища; m – маса матеріальної точки.

Цьому диференціальному рівнянню відповідає характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + 2n\lambda + p^2 = 0,$$

де λ - параметр.

237. Рішення диференціального рівняння прямолінійних вільних коливань матеріальної точки у стандартній формі, враховуючи сили лінійного опору середовища, має вигляд:

а) перша форма

$$x = e^{-nt}(C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t),$$

де C_1 та C_2 – довільні сталі, значення яких визначається за початковими умовами; p_1 – частота вільних затухаючих коливань матеріальної точки

$$p_1 = (p^2 - n^2)^{1/2},$$

де $p^2 = \frac{c}{m}$; $2n = \frac{\mu}{m}$; тут c – коефіцієнт жорсткості пружного середовища (пружини) ; μ – коефіцієнт опору середовища; m – маса матеріальної точки.

б) друга форма

$$x = e^{-nt} a \cos(p_1 t + \alpha),$$

де a та α – відповідно, амплітуда та початкова фаза коливань, числові значення яких визначаються за початковими умовами.

238. Декрементом затухання вільних коливань матеріальної точки називають величину, рівну $e^{-n\frac{T_1}{2}}$, де T_1 – період вільних затухаючих коливань матеріальної точки при лінійному опорі середовища; $T_1 = \frac{2\pi}{p_1}$, тут p_1 – частота затухаючих коливань; $n = \frac{\mu}{2m}$, тут μ – коефіцієнт опору середовища та m – маса матеріальної точки.

239. Логарифмічним декрементом затухання вільних коливань матеріальної точки називають величину, рівну $\frac{nT_1}{2}$, де T_1 – період вільних затухаючих коливань матеріальної точки при лінійному опорі середовища; $T_1 = \frac{2\pi}{p_1}$, тут p_1 – частота затухаючих коливань; $n = \frac{\mu}{2m}$, тут μ – коефіцієнт опору середовища та m – маса матеріальної точки.

240. Диференціальне рівняння прямолінійних вимушених коливань матеріальної точки під дією збурної гармонічної сили у стандартній формі, не враховуючи сили опору, має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2}+p^2x=\frac{F_0}{m}\sin\omega t,$$

де $p^2=\frac{c}{m}$**,** тут p – частота вільних коливань матеріальної точки; c – коефіцієнт жорсткості пружного середовища (пружини); m – маса матеріальної точки; F_0 та ω – відповідно, амплітуда та частота збурної сили. Розв'язання цього диференціального рівняння визначається як сума загального розв'язання однорідного диференціального рівняння, що відповідає даному неоднорідному, та будь-якого особистого розв'язання неоднорідного рівняння.

241. Диференціальне рівняння прямолінійних коливань матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили у стандартній формі, враховуючи сили опору, має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2n\frac{dx}{dt}+p^2x=\frac{F_0}{m}\sin\omega t,$$

де $p^2=c/m$; $2n=\mu/m$; тут c – коефіцієнт жорсткості пружного середовища (пружини) ; μ – коефіцієнт опору середовища; m – маса матеріальної точки; F_0 та ω – відповідно, амплітуда та частота збурної сили. Розв'язання цього диференціального рівняння визначається як сума загального розв'язання однорідного диференціального рівняння, що відповідає даному неоднорідному, та особистого розв'язання цього неоднорідного рівняння.

242. При коливаннях матеріальної точки під дією гармонічної збурної сили здійснюється рух з частотою її вільних коливань та з частотою зовнішньої збурної сили.

243. Вимушеними коливаннями матеріальної точки називають незатухаючу частину її коливань, яка відбувається з частотою гармонічної збурної сили.

244. Коефіцієнтом динамічності вимушених коливань матеріальної точки називають відношення амплітуди її вимушених коливань A до величини статичної деформації пружного середовища (пружини) під дією амплітудного значення збурної сили F_0

$$\gamma = \frac{A}{\lambda_{стат}} = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2},$$

де $\lambda_{стат} = \frac{F_0}{c}$, тут c – жорсткість пружного середовища (пружини); p – частота вільних коливань матеріальної точки; ω – частота збурної сили.

245. Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань матеріальної точки, яке виникає, коли частота її вільних коливань дорівнює частоті зовнішньої гармонічної збурної сили, називається резонансом.

246. Вплив опору середовища на вимушені коливання матеріальної точки виявляється у наступному: а) у зменшенні амплітуди коливань, особливо на резонансній частоті; б) у зсуві фази коливань відносно фази збурної сили.

Принцип Д'Аламбера для матеріальної точки в інерціальних системах відліку

247. Спокій тіла – це поняття фізичне, яке означає нерухомість даного тіла відносно обраної системи відліку. Рівновага тіла – це поняття математичне, яке означає лише те, що прикладена до тіла система сил врівноважена, тобто еквівалентна векторному нулю. При рівновазі тіла його механічний стан (спокій або характер руху) залежить як від початкових умов у обраній системі відліку, так і від характеру прикладених до нього сил.

248. Якщо тіло знаходиться у стані стаціонарного руху в середовищі з опором та на нього діє постійна сила, то у супутній системі відліку воно буде у спокої; відносно ж всіх інших систем відліку воно буде рухатися. Наприклад, в стаціонарному русі морського судна або повітряного лайнера сила тяги гвинта врівноважується силою опору, відповідно, води або повітря, а їх вага врівноважується, відповідно, силою Архімеда або підйомною силою. Однак, відносно кожного з цих середовищ, відносно поверхні землі і т.д. ці тіла рухаються.

249. *Принцип Д'Аламбера* для матеріальної точки полягає такому ствердженні: якщо матеріальна частинка рухається з прискоренням відносно своєї інерціальної системи відліку, то прикладені до неї активні сили, сили реакцій в'язей та її сила інерції утворюють врівноважену систему сил.

250. Сила інерції матеріальної точки є міра її взаємодії з фоновим гравітаційним полем, за модулем вона дорівнює добутку маси цієї точки та модуля прискорення відносно інерціальної системи відліку і спрямована в сторону, протилежну цьому прискоренню.

251. При вільному падінні матеріальної частинки у гравітаційному полі її сила інерції проявляється як невагомість цієї частинки, тобто як такий стан, при якому прикладена до частинки система об'ємних сил гравітації та сил інерції врівноважена, внаслідок чого, падаючи разом з ліфтом, частинка не давить на підлогу, не натягує нитку, якщо вона підвішена до стелі ліфта і таке інше.

252. Сила інерції матеріальної частинки, яка прискорюється в її інерціальній системі відліку силою контактної взаємодії з іншою матеріальною частинкою, *проявляється* в протидії цій іншій частинці відповідно до третього закону Ньютона.

253. Дотична сила інерції матеріальної точки за модулем дорівнює добутку маси цієї точки та модуля її дотичного прискорення і спрямована в сторону, протилежну даному прискоренню.

254. Нормальна сила інерції матеріальної точки за модулем дорівнює добутку маси цієї точки та модуля її нормального прискорення і спрямована в сторону, протилежну даному прискоренню.

255. Дотична сила інерції матеріальної точки дорівнює нулю у тих випадках, коли дорівнює нулю її дотичне прискорення, тобто при рівномірному русі матеріальної точки та в ті моменти часу, коли її швидкість досягає екстремальних значень.

256. Нормальна сила інерції матеріальної точки дорівнює нулю у тих випадках, коли її нормальне прискорення дорівнює нулю, тобто при прямолінійному русі точки, у точках перегину її траєкторії, а також у ті моменти часу, коли точка змінює напрямок свого руху на протилежний.

257. Обертальна сила інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, за модулем дорівнює добутку її маси та модуля обертального прискорення і спрямована у сторону, протилежну даному прискоренню.

258. Відцентрова сила інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, за модулем дорівнює добутку її маси та модуля доцентрового прискорення і спрямована у сторону, протилежну даному прискоренню.

259. Обертальна сила інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює нулю у тих випадках, коли дорівнює нулю її обертальне прискорення, тобто при рівномірному обертанні тіла, а також у ті моменти часу, коли його кутова швидкість приймає екстремальні значення.

260. Відцентрова сила інерції матеріальної точки, що належить до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює нулю у тих випадках, коли дорівнює нулю її доцентрове прискорення, тобто у ті моменти часу, коли напрямок обертання змінюється на протилежний.

Основне рівняння динаміки матеріальної точки в неінерціальних системах відліку

261. Супутні системи відліку замкнених механічних систем називаються *неінерціальними* для своїх механічних систем, якщо вони рухаються прискорено відносно геліоцентричної (барицентричної) системи відліку, тобто і відносно будь якої з інерціальних систем відліку.

Примітка. Супутня система відліку, яка рухається прискорено відносно деякої інерціальної, не буде неінерціальною для тих тіл, що не належать до даної замкненої механічної системи. Наприклад, система відліку каюти корабля, який рухається прискорено відносно берегу, буде неінерціальною для тіл, які переміщуються разом з цією каютою, але не буде неінерціальною для тіл на березі, які не переміщуються разом з кораблем.

262. Основне рівняння динаміки матеріальної точки відносно неінерціальної системи відліку з точки зору спостерігача цієї ж системи відліку має вигляд

$$m\overline{a}^{відн} = \overline{F} + \overline{N}^{пер} + \overline{F}^{пер} + \overline{N}^{кор} + \overline{F}^{кор}.$$

Тут $\overline{N}^{пер}$ та $\overline{N}^{кор}$ сили дії реакції в'язів з боку тіла відліку на дану матеріальну точку в напрямку відповідно переносного та коріолісового прискорень точки, а переносна $\overline{F}^{пер}$ та коріолісова $\overline{F}^{кор}$ сили інерції відповідно рівні:

$$\overline{F}^{пер} = -m\overline{a}^{пер}; \quad \overline{F}^{кор\cdot} = -2m\overline{\omega}^{пер} \times \overline{v}^{відн},$$

де $\overline{a}^{відн}$ та $\overline{v}^{відн}$ – відносні прискорення та швидкість матеріальної точки.

263. При розгляді руху однієї й тієї ж точки у різних системах відліку $K(x, y, z, t)$ та $K'(x', y', z', t')$, які довільно рухаються одна відносно одної, просторові координати та час в цих системах відліку зв'язані співвідношеннями

$$\overline{r} = \overline{r}_{0'} + \overline{r}'; \quad t = t',$$

де $\bar{r}$ – радіус-вектор точки в системі K; r' – радіус-вектор цієї ж точки в системі K'; $\bar{r}_{0'}$– радіус-вектор початку системи відліку K' відносно системи K.

264. У прискореній (відносно інерціальної системі відліку) системі відліку основне рівняння динаміки матеріальної точки, яка не приймає участі в переносному русі цієї системи відліку, має вигляд

$$m\bar{a}^{відн} = \bar{F} + \bar{J}^{пер} + \bar{J}^{кор}.$$

Тут переносна $\bar{J}^{пер}$ та коріолісова $\bar{J}^{кор}$ псевдосили інерції, відповідно, рівні:

$$\bar{J}^{пер} = -m\bar{a}^{пер}; \quad \bar{J}^{кор} = -2m\bar{\omega}^{пер} \times \bar{v}^{відн},$$

де $\bar{v}^{відн}$ та $\bar{a}^{відн}$ – швидкість та прискорення матеріальної точки відносно прискореної системи відліку.

265. Векторна величина, модуль якої дорівнює добутку маси матеріальної точки та модуля її переносного прискорення у складному русі і спрямована у сторону, протилежну даному прискоренню, називається переносною силою інерції цієї матеріальної точки.

266. Векторна величина, модуль якої дорівнює добутку маси матеріальної точки та модуля її коріолісового прискорення у складному русі і спрямований у сторону, протилежну даному прискоренню, називається коріолісовою силою інерції цієї матеріальної точки.

267. Переносна сила інерції матеріальної точки проявляється як динамічна сила, яка відповідає третьому закону Ньютона та яку потрібно враховувати в міцністних інженерних розрахунках конструкцій, лише при умові, що у напрямку її переносного прискорення матеріальна точка контактно взаємодіє з тим тілом, з яким зв'язана неінерціальна система відліку.

Примітка. Якщо названа умова не виконується, то переносна сила інерції не відповідає третьому закону Ньютона, тобто не є мірою взаємодії тіл. В цьому випадку поява переносної псевдосили інерції обумовлено кінематичним ефектом, тому вона у міцністних інженерних розрахунках не приймається до уваги.

268. Коріолісова сила інерції матеріальної точки проявляється як динамічна сила, яка відповідає третьому закону Ньютона та яку потрібно враховувати в міцністних інженерних розрахунках конструкцій, лише при умові, що у напрямку її коріолісового прискорення матеріальна точка контактно взаємодіє з тим тілом, з яким зв'язана неінерціальна система відліку.

Примітка. Якщо названа умова не виконується, то коріолісова сила інерції не відповідає третьому закону Ньютона, тобто не є мірою взаємодії тіл. В цьому випадку поява коріолісової псевдосили інерції обумовлено кінематичним ефектом, тому вона у міцністних інженерних розрахунках не приймається до уваги.

269. Якщо неінерціальна система відліку рухається поступально відносно інерціальної системи відліку, то основне рівняння динаміки матеріальної точки в цієї системі відліку має вигляд

$$m\bar{a}^{відн} = \bar{F} + \bar{N}^{пер} + \bar{F}^{пер},$$

тобто, коріолісова сила інерції в цьому випадку не з'являється. Тут $\bar{N}^{пер}$ сила дії реакції в'язі з боку тіла відліку на дану матеріальну точку в напрямку переносного прискорення точки, $\bar{F}^{пер}$– переносна сила інерції матеріальної точки.

270. Основне рівняння динаміки матеріальної точки у системі відліку, що рухається прискорено, але поступально відносно деякої інерціальної, якщо матеріальна точка не приймає участі у русі цієї системи відліку, має вигляд:

$$m\bar{a}^{відн} = \bar{F} + \bar{J}^{пер},$$

де $\bar{J}^{пер}$– переносна псевдосила інерції.

271. Для того, щоб матеріальна точка знаходилася у стані спокою відносно своєї неінерціальної системи відліку, необхідно й достатньо, щоб дорівнювала нулю векторна сума прикладених до цієї точки активних сил, сили реакції в'язей, а також її переносної сили інерції

$$\overline{F} + \overline{N}^{пер} + \overline{F}^{пер} = 0.$$

<u>*Примітка.*</u> У системі відліку, пов'язаній з ліфтом, що вільно падає в однорідному гравітаційному полі $\overline{g}$, рівняння відносного спокою матеріальної точки приймає вигляд

$$\overline{P} + \overline{N}^{пер} + \overline{F}^{пер} = 0,$$

де $\overline{N}^{пеер}$ - сила реакції в′язі, наприклад, опорної поверхні, і

$$\overline{P} = m\overline{g}; \quad \overline{F}^{пер} = -m\overline{g}.$$

В цьому випадку $N^{пер} = 0$, тобто відсутня сила тиску матеріальної точки на опорну поверхню. Такий стан матеріальної точки називається невагомістю (падаючи разом з ліфтом, частинка не давить на підлогу, не натягує нитку, якщо вона підвішена до стелі і таке інше).

ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕМИ ДИНАМІКИ СИСТЕМИ В ІНЕРЦІАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ВІДЛІКУ

Теорема про рух центра мас

272. Радіус-вектор $\bar{r}_C$ центра мас механічної системи визначається за формулою

$$\bar{r}_C = \frac{\sum m_k \bar{r}_k}{\sum m_k},$$

де m_k та $\bar{r}_k$ – відповідно, маса та радіус-вектор k-тої частинки даної механічної системи.

Прямокутні координати центра мас механічної системи визначаються за формулами:

$$x_C = \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k}; \quad y_C = \frac{\sum m_k y_k}{\sum m_k}; \quad z_C = \frac{\sum m_k z_k}{\sum m_k}.$$

273. Сили, з якими матеріальні частинки, що входять до виділеної механічної системи, взаємодіють між собою, називаються внутрішніми. Сили взаємодії матеріальних частинок, що не входять до виділеної системи, з частинками даної системи, називаються зовнішніми.

274. Центр мас механічної системи рухається так, як рухалася б матеріальна точка, маса якої дорівнює масі всієї системи, якщо вважати, що на неї діє сила, рівна головному вектору $\bar{F}^e$ всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи

$$M\,\bar{a}_C = \bar{F}^e,$$

або у координатній формі:

$$Ma_{Cx} = F_x^e; \quad Ma_{Cy} = F_y^e; \quad Ma_{Cz} = F_z^e,$$

де $\bar{a}_C$ – прискорення центра мас механічної системи,

a_{Cx}, a_{Cy}, a_{Cz} – проекції прискорення на осі координат.

275. Якщо головний вектор всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, дорівнює нулю, то центр мас цієї системи рухається з постійною за величиною та напрямком швидкістю, тобто якщо $\bar{F}^e = 0,$ то $\bar{v}_C = const$**.**

276. Якщо проекція головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, на яку-небудь з осей координат дорівнює нулю, то проекція швидкості центра мас даної системи на цю ж ось координат є величина стала, тобто якщо $F_x^e = 0,$ то $v_{Cx} = const$.

277. Якщо головний вектор всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, дорівнює нулю, та початкова швидкість центра мас цієї ж системи також дорівнює нулю, то її центр мас зберігає своє положення у просторі незмінним, тобто якщо $\bar{F}^e = 0$ та $\bar{v}_C = 0$ при $t = 0$, то $\bar{r}_C = const$.

278. Якщо проекція головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, на яку-небудь з осей координат дорівнює нулю, та проекція початкової швидкості центра мас цієї ж системи на ту ж ось координат також дорівнює нулю, то відповідна цій осі координата центра мас є величина стала, тобто якщо $F_x^e = 0$ та $v_{Cx} = 0$**,** при $t = 0,$ то $x_C = const$.

Теорема про зміну кількості руху

279. Кількістю руху механічної системи називається векторна величина $\bar{Q}$, яка дорівнює геометричній сумі векторів кількостей руху всіх матеріальних точок даної системи

$$\bar{Q} = \sum m_k \bar{v}_k,$$

де m_k та $\bar{v}_k$ - відповідно, маса та швидкість k-ої частинки.

280. Кількість руху механічної системи можна знайти за однією з формул:

$$\overline{Q} = \sum m_k \overline{v}_k; \quad \overline{Q} = M\,\overline{v}_C,$$

де m_k та $\overline{v}_k$ - відповідно, маса та швидкість k-ої частинки; M – маса системи, $\overline{v}_C$ – швидкість її центра мас.

281. Похідна по часу від кількості руху механічної системи дорівнює головному вектору всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи

$$\frac{d\overline{Q}}{dt} = \overline{F}^e.$$

282. Похідна по часу від проекції кількості руху механічної системи на будь-яку з осей координат дорівнює проекції на цю ж вісь координат головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи

$$\frac{dQ_x}{dt} = F_x^e.$$

283. Приріст кількості руху механічної системи за деякий проміжок часу дорівнює імпульсу $\overline{S}^e$ головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи на тому ж проміжку часу

$$\overline{Q}_2 - \overline{Q}_1 = \overline{S}^e,$$

де

$$\overline{S}^e = \int_{t_1}^{t_2} \overline{F}^e dt.$$

284. Приріст проекції кількості руху механічної системи на будь-яку з осей координат за деякий проміжок часу дорівнює проекції на цю ж вісь координат імпульсу головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи на тому ж проміжку часу, наприклад,

$$Q_{2x} - Q_{1x} = S_x^e$$

де

$$S_x^e = \int_{t_1}^{t_2} F_x^e dt.$$

285. Якщо головний вектор всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, дорівнює нулю, то кількість руху цієї системи залишається постійною, тобто якщо $\overline{F}^e = 0,$ то $\overline{Q} = const$.

286. Якщо проекція головного вектора всіх зовнішніх сил, прикладених до точок виділеної механічної системи, на будь-яку з осей координат дорівнює нулю, то проекція вектора кількості руху даної системи на цю ж ось координат залишається постійною, тобто якщо, наприклад, $F_x^e = 0,$ то $Q_x = const$.

Теорема про зміну кінетичного моменту

287. Кінетичним моментом матеріальної точки відносно полюса або осі називається момент її вектора кількості руху відносно того ж полюса або тієї ж осі.

288. Кінетичним моментом механічної системи відносно полюса або осі називається сума кінетичних моментів всіх матеріальних точок даної системи відносно того ж полюса або тієї ж осі.

289. Похідна по часу від кінетичного моменту механічної системи відносно полюса дорівнює головному моменту всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи, відносно того ж полюса

$$\frac{d\overline{K}_O}{dt} = \overline{M}_O^e.$$

290. Похідна по часу від кінетичного моменту механічної системи відносно осі дорівнює головному моменту всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи, відносно тієї ж осі

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z^e.$$

291. Похідна по часу від кінетичного моменту механічної системи, відносно її центра мас, дорівнює головному моменту всіх зовнішніх сил, прикладених до точок даної системи, відносно того ж центра мас

$$\frac{d\overline{K}_C}{dt} = \overline{M}_C^e.$$

Примітка. Під рухом механічної системи відносно центра мас розуміють її рух відносно системи координат, що рухається поступально разом з центром мас даної системи.

292. Якщо головний момент всіх зовнішніх сил, прикладених до точок механічної системи відносно деякого полюса дорівнює нулю, то кінетичний момент цієї системи, що береться відносно того ж полюса, залишається постійним, тобто якщо $\overline{M}_O^e = 0$**,** то $\overline{K}_O = const$.

293. Якщо головний момент всіх зовнішніх сил, прикладених до точок механічної системи відносно деякої осі дорівнює нулю, то кінетичний момент цієї системи, що береться відносно тієї ж осі, залишається постійним, тобто якщо, наприклад, $M_z^e = 0,$ то $K_z = const$.

Робота сили та теорема про зміну кінетичної енергії

294. Елементарна робота сили $\overline{F}$ у векторній формі визначається за формулою

$$d'A = \overline{F} d\overline{r},$$

де $d\overline{r}$ –елементарне переміщення точки прикладення сили. Повна робота сили на переміщенні її точки прикладення з положення K в положення L уздовж траєкторії визначається криволінійним інтегралом

$$A_{KL} = \int_K^L \overline{F} d\overline{r}.$$

295. Елементарна робота сили $\overline{F}$ у координатній формі визначається за формулою

$$d'A = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

де F_x, F_y, F_z – проекції сили, а dx, dy, dz – проекції елементарного переміщення точки прикладення сили на осі координат.
Повна робота сили $\overline{F}$ на переміщенні її точки прикладення з положення K в положення L уздовж траєкторії визначається криволінійним інтегралом

$$A_{KL} = \int_K^L (F_x dx + F_y dy + F_z dz).$$

296. Елементарна робота сили $\overline{F}$ у натуральній формі визначається за формулою

$$d'A = F_\tau ds,$$

де F_τ – проекція сили на напрямок дотичної до траєкторії точки прикладення сили; ds – елементарний приріст дугової координати точки прикладення сили.
Повна робота сили $\overline{F}$ на переміщенні її точки прикладення з положення K в положення L уздовж траєкторії визначається криволінійним інтегралом

$$A_{KL} = \int_K^L F_\tau ds.$$

297. Елементарна робота постійної сили $\overline{F}_0$, при прямолінійному переміщенні її точки прикладення вздовж осі x

визначається за формулою

$$d'A=(F_0\cos\alpha)dx,$$

де α – кут між вектором сили та віссю x; dx – елементарний приріст координати точки прикладення сили.
Повна робота сталої сили у цьому випадку визначається за формулою

$$A_{12}=(F_0\cos\alpha)(x_2-x_1),$$

де x_2 та x_1 – кінцева та початкова координати точки прикладення сили.

298. Робота постійної сили $\overline{F}_0$ при криволінійному переміщенні її точки прикладення дорівнює скалярному добутку вектора цієї сили та вектора переміщення $\Delta\bar{r}$ її точки прикладення з початкового положення в кінцеве

$$A_{12}=\overline{F}_0\Delta\bar{r}.$$

299. Робота постійної сили на замкненій ділянці траєкторії її точки прикладення дорівнює нулю.

300. Елементарна та повна робота рівнодійної сили дорівнює, відповідно, сумі елементарних та повних робіт сил системи.

301. Якщо прямокутні Декартові осі координат вибрані так, що проекція сили ваги матеріальної частинки на ось z дорівнює $P_z=-mg$, то робота цієї сили визначається формулою:

$$A_{12}=mg(z_1-z_2),$$

де g – напруга однорідного поля сил ваги; z_1 та z_2 – координати по висоті, відповідно, початкового та кінцевого положень точки прикладення сили; m – маса матеріальної точки.

302. Робота сили ваги матеріальної точки у однорідному полі сил ваги на замкненій ділянці траєкторії її точки прикладення дорівнює нулю.

303. Робота сили пружності на скінченній ділянці прямолінійного переміщення її точки прикладення визначається за формулою

$$A_{1,2} = \frac{c(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}{2},$$

де λ_1 та λ_2 – деформація пружини у початковому та кінцевому положеннях.

304. Робота сили пружності на замкненій ділянці траєкторії її точки прикладення дорівнює нулю.

305. Силовим полем називається частина простору, у кожній точці якої однозначно визначена сила, що залежить від координат цієї точки та, у загальному випадку, від часу.

306. Силове поле називається потенціальним, якщо є така функція Π(яка називається потенціальною енергією та залежить лише від координат точок системи), що проекції сили цього поля на прямокутні Декартові осі координат визначаються за формулами:

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

тобто вектор даної сили є градієнт функції Π із знаком мінус

$$\overline{F} = -grad\, \Pi.$$

307. Елементарна робота сили потенціального силового поля дорівнює повному диференціалу від потенціальної енергії цього поля зі знаком мінус

$$d'A = -d\Pi$$

308. Робота сил потенціального силового поля на скінченному переміщенні механічної системи дорівнює різниці значень потенціальної енергії у початковому та кінцевому положеннях цієї системи

$$A_{12} = \Pi(x_1, y_1, z_1) - \Pi(x_2, y_2, z_2),$$

309. Якщо прямокутні Декартові осі координат вибрані так, що проекція сили ваги матеріальної частинки на ось z дорівнює $P_z = -mg$**,** то потенціальна енергія цього поля визначається за формулою

$$\Pi = mgz.$$

310. Якщо прямокутні Декартові осі координат вибрані так, що проекція сили пружності пружини на вісь x дорівнює $F_x = -cx$ то потенціальна енергія цього поля визначається за формулою:

$$\Pi = \frac{cx^2}{2}.$$

311. Кінетичною енергією матеріальної точки називається скалярна міра її руху, яка дорівнює половині добутку маси цієї точки та квадрату її швидкості.

312. Кінетичною енергією механічної системи називається скалярна величина, що дорівнює сумі кінетичних енергій матеріальних точок цієї системи

$$T = \sum \frac{m_k v_k^2}{2},$$

де m_k та v_k – відповідно, маса та величина швидкості к-ої точки системи.

313. Кінетична енергія механічної системи, що рухається довільно, дорівнює сумі кінетичної енергії цієї системи у переносному поступальному русі з швидкістю центра мас та кінетичної енергії у її русі відносно системи відліку, що переміщується поступально з швидкістю центра мас

$$T = \frac{Mv_C^2}{2} + \sum \frac{m_k v_k^2}{2},$$

де $M = \sum m_k$; m_k та v_k – відповідно, маса та величина відносної швидкості к-ої точки системи.

314. Похідна по часу від кінетичної енергії матеріальної точки дорівнює потужності N прикладеної до неї рівнодійної сили

$$\frac{d}{dt}\frac{mv^2}{2} = N,$$

або: диференціал від кінетичної енергії матеріальної точки дорівнює елементарній роботі прикладеної до неї рівнодійної сили

$$d\frac{mv^2}{2} = d'A.$$

315. Приріст кінетичної енергії матеріальної точки на деякому її переміщенні дорівнює роботі прикладеної до неї рівнодійної сили на тому ж переміщенні

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{1,2},$$

де v_1 та v_2 – величини швидкостей точки у початковому та кінцевому положеннях.

316. Приріст кінетичної енергії механічної системи на деякому її переміщенні дорівнює сумі робіт прикладених до неї зовнішніх $\sum A_k^e$ та внутрішніх $\sum A_k^i$ сил на тому ж переміщенні

$$T_2 - T_1 = \sum A_k^e + \sum A_k^i,$$

де T_2 та T_1 – кінетична енергія механічної системи у кінцевому та початковому положеннях, відповідно.

317. Якщо всі сили, що прикладені до точок механічної системи, потенціальні, то її повна механічна енергія E, що дорівнює сумі кінетичної T та потенціальної Π енергій системи, є величина стала

$$T + \Pi = const.$$

ДИНАМІКА ТВЕРДОГО ТІЛА.

Геометрія мас

318. Моментом інерції матеріальної точки (частинки) відносно полюса називається добуток маси цієї точки на квадрат її відстані r до полюса, тобто величина mr^2.
Моментом інерції тіла відносно полюса O називається сума моментів інерції всіх його матеріальних частинок відносно даного полюса, тобто

$$I_O = \sum m_k r_k^2.$$

У границі при $m_k \to 0$ ця сума переходить у визначений інтеграл за всім об'ємом V тіла

$$I_O = \int_V r^2 dm.$$

319. Моментом інерції матеріальної точки (частинки) відносно осі називається добуток маси цієї точки на квадрат її відстані h до осі, тобто величина mh^2.
Моментом інерції тіла відносно осі z називається сума моментів інерції всіх його матеріальних частинок відносно даної осі, тобто

$$I_z = \sum m_k h_k^2.$$

У границі при $m_k \to 0$ ця сума переходить у визначений інтеграл за всім об'ємом V тіла

$$I_z = \int_V h^2 dm.$$

320. Моментом інерції матеріальної точки (частинки) відносно площини S називається добуток маси цієї точки на квадрат її відстані l до площини, тобто величина ml^2.

Моментом інерції тіла відносно площини називається сума моментів інерції всіх його матеріальних частинок відносно даної площини, тобто

$$I_S = \sum m_k l_k^2.$$

У границі при $m_k \to 0$ ця сума переходить у визначений інтеграл за всім об'ємом V тіла

$$I_S = \int_V l^2 dm.$$

321. Момент інерції стержня відносно перпендикулярної до нього центральної осі визначається за формулою

$$I_z = \frac{M\,l^2}{12},$$

де M та l – відповідно, маса та довжина стержня.

322. Момент інерції суцільного циліндра відносно його поздовжньої центральної осі визначається за формулою

$$I_z = \frac{Mr^2}{2},$$

де M та r – відповідно, маса та радіус циліндра.

323. *Теорема Гюйгенса:* Момент інерції тіла відносно довільної осі z дорівнює його моменту інерції I_{zC} відносно паралельної їй центральній осі плюс добуток маси тіла та квадрата відстані між цими осями

$$I_z = I_{zC} + Ma^2,$$

де M - маса тіла; a – відстань між осями.

Застосування загальних теорем динаміки системи

324. Кінетичний момент тіла відносно осі обертання дорівнює добутку його моменту інерції відносно даної осі та проекції вектора кутової швидкості на цю вісь

$$K_z = I_z \omega_z.$$

325. Похідна по часу від кінетичного моменту тіла відносно його центра мас дорівнює головному моменту всіх зовнішніх сил, прикладених до цього ж тіла, відносно даного центра мас

$$\frac{d\overline{K}_C}{dt} = \overline{M}_C^e.$$

326. Кінетична енергія тіла при його поступальному русі визначається за формулою

$$T = \frac{M\,v_C^2}{2},$$

де M – маса тіла, v_C – величина швидкості центра мас.

327. Кінетична енергія тіла, яке обертається навколо осі, визначається за формулою

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2},$$

де I_z – момент інерції тіла відносно його осі обертання; ω – величина кутової швидкості обертання тіла.

328. Кінетична енергія тіла при його сферичному русі визначається за формулою

$$T = \frac{I_{zO} \omega^2}{2},$$

де I_{zO} – момент інерції тіла відносно миттєвої осі обертання, що проходить через його нерухому точку O; ω – величина миттєвої кутової швидкості обертання тіла.

329. Кінетична енергія тіла, що рухається довільно, дорівнює сумі його кінетичної енергії у переносному поступальному русі зі швидкістю центра мас та кінетичної енергії у відносному сферичному русі навколо центра мас

$$T = \frac{Mv_C^2}{2} + \frac{I_{zC}\omega^2}{2},$$

де v_C – величина швидкості центра мас, I_{zC} – момент інерції тіла відносно миттєвої осі обертання, що проходить через його центр мас; ω – величина миттєвої кутової швидкості обертання тіла.

330. Кінетична енергія твердого тіла, яке рухається плоскопаралельно, дорівнює сумі його кінетичної енергії у переносному поступальному русі зі швидкістю центра мас та кінетичної енергії у відносному обертальному русі навколо миттєвої осі, яка перпендикулярна площині руху тіла та проходить через центр мас

$$T = \frac{M{v_C}^2}{2} + \frac{I_{zC}\omega^2}{2}.$$

331. Робота сили тертя при ковзанні тіла по шорсткій поверхні визначається за формулою

$$A_{12} = -fNs,$$

де f – коефіцієнт тертя; N – сила нормального тиску тіла на опорну поверхню; s – величина переміщення точки прикладення сили.

332. Елементарна робота сили, прикладеної до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, дорівнює добутку моменту цієї сили відносно осі обертання та елементарного кута повороту тіла

$$d'A = m_z(\overline{F})d\varphi.$$

Повна робота сили у цьому випадку визначається за формулою

$$A_{1,2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} m_z(\overline{F})d\varphi,$$

де φ_1 та φ_2 – значення кутів повороту тіла у його початковому та кінцевому положеннях.

333. Робота пари сил, що прикладена до тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, знаходиться за формулою

$$A_{1,2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} m_z d\varphi,$$

де m_z – проекція векторного моменту пари на вісь обертання; φ_1 та φ_2 – значення кутів повороту тіла у його початковому та кінцевому положеннях.

334. Робота моменту сил тертя при коченні тіла по шорсткій поверхні визначається за формулою

$$A_{1,2} = -M_{тр.}(\varphi_2 - \varphi_1),$$

де. $M_{тр}$ – момент тертя кочення; φ_1 та φ_2 – значення кутів повороту тіла у початковому та кінцевому положеннях.

335. Потужність, отож і робота, сили тертя ковзання при коченні тіла по шорсткій поверхні, дорівнює нулю, тому що ця сила прикладена у миттєвому центрі швидкостей цього тіла.

336. Сума робіт внутрішніх сил абсолютно твердого тіла дорівнює нулю при будь-якому його переміщенні.

337. Якщо прямокутні Декартові осі координат вибрані так, що проекція сили ваги тіла на вісь z дорівнює $P_z = -mg,$ то робота цієї сили визначається за формулою

$$A_{12} = mg(z_{1C} - z_{2C}),$$

де g – напруга однорідного поля сил ваги; z_{1C} та z_{2C} – координати центра ваги тіла у його початковому та кінцевому положеннях.

338. Елементарна робота системи сил, яка прикладена до абсолютно твердого тіла, дорівнює сумі робіт головного вектора $\overline{F}^e$ зовнішніх сил на елементарному переміщенні полюса приведення цієї системи сил та головного момента $\overline{M}_0^e$ зовнішніх сил, відносно даного полюса, на елементарному куті повороту тіла навколо миттєвої осі, що проходить крізь полюс

$$d'A = \overline{F}^e d\overline{r}_0 + \overline{M}_0^e d\overline{\varphi}.$$

339. Елементарна робота системи сил, яка прикладена до тіла при його поступальному русі, дорівнює роботі головного вектора $\overline{F}^e$ зовнішніх сил цієї системи на елементарному переміщенні будь-якої з його точок, зокрема, центра мас

$$d'A = \overline{F}^e d\overline{r}_C.$$

340. Елементарна робота системи сил, яка прикладена до тіла при його обертанні навколо осі, дорівнює роботі головного момента M_z^e зовнішніх сил системи відносно цієї осі на елементарному куті повороту тіла навколо даної осі

$$d'A = M_z^e d\varphi.$$

341. Приріст кінетичної енергії абсолютно твердого тіла на деякому його скінченному переміщенні дорівнює сумі робіт всіх прикладених до нього зовнішніх сил на тому ж переміщенні

$$T_2 - T_1 = \sum A_k^e,$$

де T_2 та T_1 – кінетична енергія механічної системи у кінцевому та початковому положеннях.

342. Диференціальні рівняння поступального руху тіла визначаються диференціальними рівняннями руху його центра мас у будь-якій з форм – векторній, координатній або натуральній. Наприклад, в координатній формі:

$$M\frac{d^2x_C}{dt^2} = F_x^e;$$

$$M\frac{d^2y_C}{dt^2} = F_y^e;$$

$$M\frac{d^2z_C}{dt^2} = F_z^e.$$

343. Диференціальне рівняння обертального руху твердого тіла має вигляд

$$I_z\frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z^e,$$

де φ – кут повороту тіла; I_z – його момент інерції відносно осі обертання; M_z^e – головний момент всіх зовнішніх сил, прикладених до тіла відносно цієї ж осі.

344. Диференціальні рівняння плоскопаралельного руху твердого тіла мають вигляд:

$$M\frac{d^2x_C}{dt^2} = F_x^e;$$

$$M\frac{d^2y_C}{dt^2} = F_y^e;$$

$$I_{zC}\frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_{zC}^e,$$

де x_C , y_C – координати центра мас тіла; φ – кут його повороту; F_x^e та F_y^e – проекції головного вектора зовнішніх сил, прикладених до тіла, на відповідні осі координат; M_{zC}^e та I_{zC} – відповідно, головний момент зовнішніх сил, прикладених до тіла, та його момент інерції відносно центральної осі, перпендикулярної площині руху тіла.

Фізичний маятник

345. Фізичним маятником називається тверде тіло, що має нерухому горизонтальну ось обертання, яка не проходить через його центр мас, та знаходиться під дією тільки своєї сили ваги.

346. Приведеною довжиною фізичного маятника називається довжина такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань даного фізичного маятника.

347. Період вільних малих коливань фізичного маятника визначається за формулою

$$T = 2\pi\left(\frac{I_z}{mga}\right)^{1/2},$$

де I_z – момент інерції маятника відносно осі обертання; m – його маса; a – відстань від центра мас маятника до його осі обертання.

348. Центром коливань фізичного маятника називається така його точка, що задовольняє такої умові: якщо ось обертання маятника перенести паралельно самій собі так, щоб вона проходила крізь цю точку, то отримаємо новий фізичний маятник з тим же періодом коливань, що й початковий.

Принцип Д'Аламбера для механічної системи

349. Головний вектор сил інерції твердого тіла визначається за формулою

$$\overline{F}^{ін} = -m\overline{a}_C,$$

де m – маса тіла; $\overline{a}_C$ – прискорення його центра мас.

350. Головний вектор сил інерції твердого тіла за модулем дорівнює добутку маси тіла та модуля прискорення його центра мас і спрямований у сторону протилежну цьому прискоренню.

351. Головний момент сил інерції твердого тіла відносно точки визначається за формулою

$$\overline{M}_O^{ін} = \frac{-d\overline{K}_O}{dt},$$

де $\overline{K}_O$ – кінетичний момент твердого тіла відносно точки.

352. Головний момент сил інерції твердого тіла, яке обертається навколо осі, визначається за формулою

$$M_z^{ін.} = -I_z \varepsilon_z,$$

де I_z – момент інерції тіла відносно осі обертання; ε_z – проекція вектора його кутового прискорення на цю ось.

353. Система сил інерції твердого тіла приводиться до рівнодійної, якщо головний вектор сил інерції $\overline{F}^{ін}$ не рівний нулю, а головний момент сил інерції $\overline{M}_O^{ін}$ відносно точки приведення або рівний нулю, або не рівний нулю, але вектори $\overline{F}^{ін}$ та $\overline{M}_O^{ін}$ взаємно перпендикулярні.

354. Лінія дії рівнодійної сил інерції твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, проходить крізь його центр коливань.

355. Рух твердого тіла у будь-який момент часу здійснюється таким чином, що головний вектор прикладених до нього зовнішніх сил врівноважується головним вектором сил інерції, а головний момент зовнішніх сил відносно довільного полюса врівноважується головним моментом сил інерції відносно того ж полюса, тобто:

$$\overline{F}^{e} + \overline{F}^{ін} = 0;$$

$$\overline{M}_{O}^{e} + \overline{M}_{O}^{ін} = 0$$

356. Рівняння динамічної рівноваги твердого тіла в координатній формі мають вигляд:

$$\sum F_{kx}^{e} + \sum F_{kx}^{ін.} = 0;$$

$$\sum F_{ky}^{e} + \sum F_{ky}^{ін.} = 0;$$

$$\sum F_{kz}^{e} + \sum F_{kz}^{ін.} = 0;$$

$$\sum m_x(\overline{F}_k^{e}) + \sum m_x(\overline{F}_k^{ін.}) = 0;$$

$$\sum m_y(\overline{F}_k^{e}) + \sum m_y(\overline{F}_k^{ін.}) = 0;$$

$$\sum m_z(\overline{F}_k^{e}) + \sum m_z(\overline{F}_k^{ін.}) = 0.$$

Тобто суми проекцій всіх зовнішніх сил та сил інерції на кожну з трьох осей координат і суми моментів всіх зовнішніх сил та сил інерції відносно цих осей координат дорівнюють нулю.

Елементарна теорія гіроскопа

357. Гіроскопом називається тверде тіло, яке швидко обертається навколо своєї осі матеріальної симетрії, лише одна з точок якої залишається при цьому нерухомою.

358. У наближеній теорії гіроскопа приймається таке основне припущення: кінетичний момент гіроскопа відносно його нерухомої точки дорівнює за величиною модулю його кінетичного моменту у обертальному русі відносно осі власного обертання та спрямований вздовж цієї осі

$$\overline{K}_O = I_z \overline{\omega}_1.$$

Тобто вважається, що величина кутової швидкості ω_1 власного обертання гіроскопа навколо його осі симетрії значно перевищує величину кутової швидкості обертання самої осі.

359. Гіроскоп називається врівноваженим, якщо його нерухома точка збігається з центром мас.

360. *Теорема Резаля:* швидкість $\overline{u}_A$ руху кінця A вектора кінетичного моменту $\overline{K}_O$ гіроскопа відносно його нерухомої точки O уздовж годографа цього вектора за величиною та напрямком дорівнює головному моменту $\overline{M}_O^e$ всіх зовнішніх сил, прикладених до гіроскопа, відносно тієї ж точки O

$$\overline{u}_A = \frac{d\overline{K}_O}{dt} = \overline{M}_O^e.$$

361. Ось обертання врівноваженого гіроскопа зберігає незмінним свій напрямок у просторі (відносно віддалених зірок).

362. Модуль кутової швидкості ω_2 прецесії неврівноваженого гіроскопа визначається за формулою

$$\omega_2 = \frac{mgl}{I_z \omega_1},$$

де m – маса гіроскопа; I_z – його момент інерції відносно осі симетрії; l – відстань центра мас гіроскопа від його нерухомої точки; ω_1 – модуль кутової швидкості власного обертання гіроскопа відносно осі симетрії.

363. Гіроскопічний момент визначається за формулою

$$\overline{M}^{\,гір.} = I_z \overline{\omega}_1 \times \overline{\omega}_2,$$

де I_z – момент інерції гіроскопа відносно його осі симетрії; $\overline{\omega}_1$ – кутова швидкість власного обертання гіроскопа; $\overline{\omega}_2$ – кутова швидкість його прецесії.

364. Правило Жуковського: Якщо гіроскоп, який обертається з власною кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$, змусити примусово прецесувати з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$ навколо деякої осі, то при цьому виникає гіроскопічний момент такого напрямку, який прагне сумістити найкоротшим шляхом вісь власного обертання гіроскопа з віссю його примусової прецесії таким чином, щоб вектори $\overline{\omega}_1$ та $\overline{\omega}_2$ збігалися.

Розділ IY. АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА

Принцип можливих переміщень

365. Обмеження, які накладають на переміщення та швидкості точок механічної системи (взагалі – на зміну її механічного стану), називаються в'язями, накладеними на дану механічну систему.

366. Рівняння, яким задовольняють координати та швидкості матеріальних точок механічної системи відповідно до накладених на неї в'язей, називаються рівняннями цих в'язей.

367. В′язі, які не змінюються за часом, тобто рівняння яких не містять у собі час у прямому виді, називаються стаціонарними.

368. В′язі, які змінюються за часом, тобто рівняння яких містять у собі час у прямому виді, називаються нестаціонарними.

369. В′язі, аналітичний вираз яких дається рівностями, називаються стримуючими або двосторонніми.

370. В′язі, аналітичний вираз яких дається нерівностями, називаються нестримуючими або односторонніми.

371. В′язі, що накладають обмеження тільки на переміщення матеріальних точок механічної системи, тобто рівняння яких містять у собі лише координати точок цієї системи, називаються геометричними.

372. В'язі, що накладають обмеження не тільки на переміщення матеріальних точок механічної системи, але й на їх швидкості, тобто рівняння яких містять у собі не тільки координати точок цієї системи, але й їх швидкості, називаються кінематичними.

373. Кінематичні в′язі підрозділяються на інтегруємі та неінтегруємі.

374. В′язі геометричні та інтегруємі кінематичні називаються голономними.

375. Неінтегруємі кінематичні в′язі називаються неголономними.

376. Можливим переміщенням $\delta \bar{r}$ матеріальної точки називають будь-яке з її елементарних переміщень, яке допускають накладені в′язі, при цьому час вважається фіксованим («замороженим»).

377. Можливим переміщенням механічної системи називається будь-яка сукупність можливих переміщень її матеріальних точок.

378. Дійсним переміщенням $d\bar{r}$ матеріальної точки називають те її єдине фактичне переміщення, яке вона здійснює за елементарний інтервал часу, тобто

$$d\bar{r} = \bar{v}dt.$$

379. Дійсним переміщенням механічної системи називають ті єдині фактичні переміщення її матеріальних точок, яке вони здійснюють за елементарний інтервал часу.

380. Дійсне переміщення механічної системи збігається з одним з її можливих переміщень, якщо в′язі, накладені на цю систему, стаціонарні.

381. Числом ступенів вільності механічної системи з голономними в′язями називають число її незалежних можливих переміщень.

382. Якщо в′язі, накладені на механічну систему, голономні, то число s її ступенів вільності визначається за формулою

$$s = 3n - k$$

де n – найменше число матеріальних точок, які визначають положення механічної системи; k – кількість накладених на систему геометричних та інтегруємих кінематичних в’язей.

383. Якщо сума елементарних робіт сил реакцій в’язей, накладених на механічну систему, на будь-якому з її можливих переміщень, дорівнює нулю, то такі в′язі називаються ідеальними.

384. Для того, щоб механічна система, на яку накладені ідеальні, голономні, стаціонарні та стримуючі в′язі, знаходилася у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб сума елементарних робіт всіх прикладених до неї активних сил на будь-якому з можливих переміщень цієї системи, дорівнювала нулю

$$\sum \overline{F}_k^{акт.} \delta \overline{r}_k = 0.$$

Загальне рівняння динаміки механічної системи

385. Незалежні між собою параметри, які однозначно визначають положення механічної системи у просторі, називаються її узагальненими координатами.

386. Якщо в′язі, накладені на механічну систему, голономні, то кількість її узагальнених координат збігається з числом незалежних можливих переміщень.

387. Узагальненими швидкостями механічної системи називаються похідні по часу від її узагальнених координат.

388. Робота сили на можливому переміщенні її точки прикладення називається можливою роботою цієї сили.

389. Узагальненою силою, що відповідає деякій узагальненій координаті, називається коефіцієнт при можливому переміщенні цієї узагальненої координати у вираженні елементарної можливої роботи сили, що прикладена до даної механічної системи.

390. Узагальнені сили потенціального силового поля дорівнюють узятим зі знаком мінус першим похідним по відповідним їм узагальненим координатам від потенціальної енергії цього поля, тобто

$$Q_i = \frac{-\partial \Pi(q_1, q_2, \ldots, q_s)}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \ldots s,$$

де s – кількість ступенів вільності механічної системи.

391. Для того, щоб механічна система, на яку накладені ідеальні, голономні, стаціонарні та стримуючі в′язі, знаходилась у рівновазі, необхідно й достатньо, щоб кожна з її узагальнених активних сил дорівнювала нулю.

392. Для того, щоб механічна система, на яку накладені ідеальні, голономні, стаціонарні та стримуючі в′язі, знаходилася у рівновазі під дією тільки потенціальних сил, необхідно й достатньо, щоб похідні від потенціальної енергії по кожній з її узагальнених координат дорівнювали нулю, тобто

$$\frac{\partial \Pi(q_1, q_2, \ldots q_s)}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1,2,\ldots,s,$$

де s – число ступенів вільності механічної системи.

393. При русі механічної системи, на яку накладені ідеальні, голономні, стаціонарні та стримуючі в′язі, сума елементарних робіт, прикладених до неї активних сил та сил інерції всіх її матеріальних точок на будь-якому з можливих переміщень цієї системи дорівнює нулю, тобто

$$\sum \overline{F}_k^{акт} \delta \overline{r}_k + \sum \overline{F}_k^{ін} \delta \overline{r}_k = 0$$

Рівняння Лагранжа другого роду

394. При русі механічної системи, на яку накладені ідеальні, голономні, стаціонарні та стримуючі в′язі, сума її узагальненої активної сили та узагальненої сили інерції по кожній з узагальнених координат цієї системи дорівнює нулю, тобто

$$Q_i^{акт} + Q_i^{ін} = 0, \quad i = 1,2,\ldots s,$$

де s – кількість ступенів вільності механічної системи.

395. Узагальнена сила інерції механічної системи по кожній з її узагальнених координат знаходиться за формулою

$$Q_i^{ін} = -\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i}\right),$$

де T - кінетична енергія механічної системи, виражена через її узагальнені координати q_i та швидкості $\dot{q}_i$, $i = 1, 2, \ldots, s$, тут s - кількість ступенів вільності системи.

396. Рівняння Лагранжа другого роду мають вигляд:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i^{акт},$$

де T – кінетична енергія механічної системи, виражена через її узагальнені координати та швидкості; $Q_i^{акт}, q_i$ та $\dot{q}_i$ – відповідно узагальнена сила, узагальнена координата та узагальнена швидкість системи; $i=1,2,...,s$, тут s – кількість ступенів вільності системи.

397. Рівняння Лагранжа другого роду у випадку дії на систему лише потенціальних активних сил мають вигляд

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}=-\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}$$

або

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial L}{\partial q_i}=0.$$

Тут функція Лагранжа L дається формулою

$$L = T - \Pi,$$

де T – кінетична енергія механічної системи виражена через її узагальнені координати q_i та швидкості $\dot{q}_i$; Π – потенціальна енергія цієї ж системи виражена через її узагальнені координати q_i, $i=1,2,...,s$, де s – кількість ступенів вільності системи.

398. Рівняння Лагранжа другого роду у випадку дії на систему як потенціальних, так і непотенціальних активних сил, мають вигляд

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}=-\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}+Q_i^{акт}$$

або

$$\frac{d}{dt}\frac{dL}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i^{акт}$$

Тут функція Лагранжа L дається формулою

$$L = T - П,$$

де T – кінетична енергія механічної системи, виражена через її узагальнені координати та швидкості; $П$ – потенціальна енергія цієї ж системи, виражена через її узагальнені координати; $Q_i^{акт}$, q_i та $\dot{q}_i$ – відповідно узагальнена сила, узагальнена координата, узагальнена швидкість системи; $i = 1, 2, ..., s$, де s – число ступенів вільності системи.

399. Функцією Лагранжа (кінетичним потенціалом) консервативної механічної системи називається різність між її кінетичною та потенціальною енергіями, які виражені через узагальнені координати та узагальнені швидкості цієї системи, тобто

$$L = T - П.$$

400. При складанні рівнянь Лагранжа другого роду у неінерціальних системах відліку необхідно: а) або кінетичну енергію системи визначити через абсолютні швидкості її матеріальних точок; б) або кінетичну енергію цієї системи визначити через відносні швидкості її матеріальних точок, але тоді до активних сил повинні бути віднесені й переносні сили інерції цих матеріальних точок (коріолісові сили інерції при цьому до уваги не беруться, тому що лінії дії цих сил перпендикулярні відносним переміщенням їх точок прикладення, тобто їх робота дорівнює нулю).

Частина III **АНАЛІЗ БАЗОВИХ ПОНЯТЬ КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ**

БАЗОВІ ПОНЯТТЯ:

КІНЕМАТИЧНИЙ ПРИНЦИП ВІДНОСНОСТІ КОПЕРНИКА

ДИНАМІЧНИЙ ПРИНЦИП ВІДНОСНОСТІ ГАЛІЛЕЯ

УЗАГАЛЬНЕНИЙ ДИНАМІЧНИЙ ПРИНЦИП ВІДНОСНОСТІ ГАЛІЛЕЯ - НЬЮТОНА

МЕХАНІЧНА ФОРМА РУХУ МАТЕРІЇ

СИЛИ ІНЕРЦІЇ В ІНЕРЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ВІДЛІКУ

ДИНАМІЧНІ СИЛИ ІНЕРЦІЇ В НЕІНЕРЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ВІДЛІКУ

КІНЕМАТИЧНІ СИЛИ ІНЕРЦІЇ В ПРИСКОРЕНЕНИХ СИСТЕМАХ ВІДЛІКУ

ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ

МАСА ТІЛА

ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ ТЯЖІННЯ

ГРАВІТАЦІЙНА МАСА ТІЛА

ФОНОВЕ ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ

ІНЕРТНА МАСА ТІЛА

Вступ

Кінець XIX століття позначився виникненням однієї з найбільших плутанин, які існували в фундаментальній науці з того часу, як І. Ньютон заклав її наріжні камені. Ця плутанина залишалася непомітною протягом усього XX століття. І це не зважаючи на те, що саме на цій плутанині базувався головний напрямок розвитку фундаментальних теорій цього століття. Мова йде про взаємне ототожнення таких понять, як: *динамічний принцип відносності, кінематичний принцип відносності, інваріантність та коваріантність рівнянь руху* під загальною назвою – ***принцип відносності***.

В останні роки XIX століття видатний французький вчений А. Пуанкаре некоректно сформулював надзвичайно важливе поняття "***Принцип відносності***, *відповідно до якого закони фізичних явищ повинні бути однаковими для нерухомого спостерігача і для спостерігача, який рухається рівномірно і поступально, так що ми не маємо і не можемо мати ніякого способу визначити, чи знаходимося ми в подібному русі, чи ні*" [30, С. 561-562]. Це визначення Пуанкаре можна тлумачити двояко.

Перший випадок: в фізичних лабораторіях кожного із спостерігача, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямолінійно, проводяться ідентичні експерименти для встановлення деякого фізичного закону. В цьому випадку ми маємо справу з динамічним принципом відносності Галілея, що є ствердженням такого експериментального факту: *ідентичні механічні процеси у різних фізичних лабораторіях, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямо-*

лінійно, проходять та описуються однаково. Так, в каюті кожного корабля, які рухаються один відносно одного поступально, рівномірно та прямолінійно, всі явища відбуваються однаково, тому в системах відліку цих кораблів вони й описуються однаково.

Другий випадок: ці ж самі спостерігачі встановлюють деякий фізичний закон за загальним для всіх них експериментом. У цьому випадку ми маємо справу з кінематичним принципом відносності Коперника, що є ствердженням такого експериментального факту: *взаємний рух матеріальних тіл не залежить від того, стосовно якого з них цей рух розглядається, але сприйматися та описуватися цей рух буде при цьому неоднаково*. Наприклад, в системі світу Птоломея відносно ″нерухомої″ Землі, рух планет спостерігається по складних петлеподібних траєкторіях, а в системі світу Коперника відносно ″нерухомого″ Сонця той же рух планет спостерігається пошти по концентричних колах.

Це два принципово різних випадки, але в формулюванні Пуанкаре вони не відокремлені.

А в цей час, як відомо, молодий А. Ейнштейн зі своїми друзями ретельно вивчав твори видатного вченого, математика та фізика-теоретика А. Пуанкаре. Не помітивши можливості подвійного тлумачення *принципу відносності*, що був сформульований Пуанкаре, Ейнштейн повторює його у загальновідомій статті 1905р.: "*Закони, згідно з якими змінюється стан фізичних систем, не залежать від того, щодо якої з двох координатних систем, які рухаються одна відносно одної рівномірно та прямолінійно, ці зміни стану стосуються*" [35, т. 1. С. 10]. Саме таке формулювання принципу відносності Ейнштейн кладе в фундамент своєї *теорії відносності*, спочатку *спеціальної*, а потім, з розширенням, і *загальної*. В цих теоріях ототожнення динамічного принципу відносності з кінематичним поширюється в помилковому напрямку ще далі.

В *спеціальній теорії відносності* Ейнштейн ототожнює сформульований ним принцип відносності з *інваріантністю* рівнянь руху відносно перетворень просторових координат та часу при переході від однієї з інерціальних систем відліку до іншої. Але інваріантність рівнянь руху відносно деяких перетворень є формально-математична вимога, тому вона не має і не може мати експериментального обґрунтування. Підміна ж назви *принцип інваріантності* на назву *принцип відносності* породила ілюзію, яка панує й сьогодні, що Ейнштейн поширив експериментальний принцип відносності Галілея на електродинамічні і, взагалі, на всі фізичні процеси.

Наведемо лише декілька прикладів такого помилкового ототожнення. У відомому курсі теоретичної фізики Ландау та Ліфшиця читаємо: "*Досвід показує, що залишається справедливим так званий* ***принцип відносності****. Згідно з цим принципом всі закони однакові у всіх інерціальних системах відліку*. (Увага! Зараз буде здійснено помилкове ототожнення, тобто підміна понять – А. П.). *Іншими словами, рівняння, що відображають закони природи,* ***інваріантні*** *щодо перетворень простору та часу від однієї інерціальної системи до іншої*" [10 . С. 10].

Візьмемо інший приклад. Нещодавно виданий підручник для студентів вищих навчальних закладів з назвою, що говорить сама за себе "*Основні концепції природознавства*". В цьому підручнику мова йде про підсумки досліджень фундаментальних наук в XX столітті. І знову читаємо: "*Установлено, що у всіх інерціальних системах відліку закони класичної динаміки мають однакову форму; в цьому є суть механічного принципу відносності –* ***принципу відносності Галілея****. Він означає, що рівняння динаміки при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої не змінюються* (далі помилкове ототожнення! – А. П.), *тобто* ***інваріантні*** *по відношенню до перетворення координат* " [7. С. 44].

Ця точка зору сьогодні панує у всій навчальній та науковій літературі. Наведемо приклад, що показує помилковість такого ототожнення. Згадаємо, що навіть безліч експериментів не можуть затвердити теорію, але досить одного експерименту, щоб її спростувати.

Рівняння фронту світла, що випромінюється у момент часу $t = 0$, відносно системи відліку каюти "нерухомого корабля" має вигляд

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2,$$

де c – швидкість поширення світла у вакуумі.

Рівняння поширення фронту світла, що також випромінюється у момент часу $t=0$, від джерела, що знаходиться в каюті іншого корабля (який рухається відносно першого поступально, рівномірно та прямолінійно) у системі відліку цього ж корабля повинно мати, як це вважає Ейнштейн в своїх постулатах, той же вигляд

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = (ct_1)^2,$$

Але кінематичні перетворення Галілея від першої з цих систем відліку до другої

$$x = x_1 + vt;$$

$$y = y_1 + vt;$$

$$z = z_1 + vt;$$

$$t = t_1,$$

де v – величина взаємної швидкості руху кораблів (пов'язаних з ними систем відліку), не залишають записані вище рівняння поширення світла, як електромагнітної хвилі, інваріантними. Це й було сприйнято Ейнштейном та прихильниками його теорії, в якій інваріантність ототожнюється з принципом відносності Галілея, як порушення цього принципу в електродинаміці. При цьому посилаються на експеримент Майкельсона-Морлі. Але в цьому експерименті джерело та приймач світла завжди залишалися нерухомими відносно Землі, а отже – і відносно одне одного. Тому є цілком помилковим тлумачення цього експерименту як підтвердження вимоги інваріантності швидкості світла (а взагалі – і рівнянь електродинаміки Максвелла) щодо деякого перетворення простору-часу при переході від однієї з інерціальних систем відліку до іншої, яка рухається відносно першої поступально, рівномірно та прямолінійно.

В *загальній теорії відносності* Ейнштейн поширює свою помилку та ототожнює принцип відносності уже з коваріантністю рівнянь руху щодо перетворень просторових координат та часу при переході від однієї з систем відліку до іншої, що довільно рухаються одна відносно одної.

Наслідком такої підміни понять стало: а) в *спеціальній теорії відносності* Ейнштейна – некоректне тлумачення наслідків з фізичної теорії Фарадея-Максвелла й кінематичного перетворення Лоренца та існування відомих парадоксів; б) в *загальній теорії відносності* Ейнштейна – ототожнення динамічних сил інерції з кінематичними і потім фізичного гравітаційного поля з кінематичним полем сил інерції (принцип еквівалентності Ейнштейна) та створення Теорії гравітації як формально-математичної структури, в фундаменті якої не закладено жодного фізичного експериментального факту.

Ці помилки привели до відхилення розвитку фундаментальних природознавчих наук від руху в напрямку, що був визначений Ньютоном та Максвеллом, взагалі, та нехтуванням динамічною теорією гравітації, зокрема. З поверненням до цього напрямку пов’язане майбутнє людства в XXI-му столітті. Насамперед, це пізнання таємниць, пов’язаних з вихровою компонентою гравітаційного поля та **можливістю її посилення** в середовищах: вплив цієї компоненти на біологічні структури та прорив в галузі медицини; шарова блискавка та непізнані літаючі об’єкти як вихрові утворення; смерчі, як вихрові утворення, та зменшення ваги тіл, що вони переносять на великі віддалі; існування у Всесвіті лише вихрових дискретних утворень типу кілець Сатурна, Сонячної системи, Галактики, групи Галактик і т. д.; гравітогіроскопичні хвилі як аналог електромагнітних хвиль та їх використання і багато іншого.

Розділ І

ПРО ЕВОЛЮЦІЮ ПРИНЦИПУ ВІДНОСНОСТІ ВІД КОПЕРНИКА ДО ЕЙНШТЕЙНА

Від Коперника до Ньютона

Механічна форма руху є переміщення тіл одне відносно одного у просторі й часі. Вже із самого цього визначення випливає, що механічний рух є поняття відносне у тому розумінні, що для його завдання потрібно визначити те тіло (пов'язану з ним систему відліку), стосовно якого розглядається рух інших тіл. Але механічний рух є відносний і в іншому розумінні: із твердження, що тіло A рухається відносно тіла B, випливає рівнозначне йому протилежне твердження, що тіло B рухається відносно тіла A. Тому в кінематиці, в якій беруться до уваги тільки просторово-часові взаємовідносини тіл, вибір тіла відліку довільний, тобто будь-яке з тіл механічної системи може бути вибране як "нерухоме". Ці положення були відомі давно. Так, ще Вергілій (I с. до н. е.) писав: "*У море з порту йдемо і відходять і землі, і гради*". Але, як провідна ідея наукової системи, *кінематичний принцип відносності* був вперше проголошений і застосований Коперником (1473-1543). Суть цього принципу така: "*Взаємний рух тіл не залежить від того, відносно якого з них цей рух розглядається, але сприйматися та описуватися даний рух буде при цьому по-різному*". Так, наприклад, у системі світу Птолемея (II с. н. е.) приймається, що нерухома Земля і всі небесні тіла рухаються відносно неї, а в геліоцентричній системі світу Коперніка розглядається рух всіх небесних тіл відносно нерухомого Сонця. І якщо в геоцентричній системі Птолемея планети рухаються по складних петлеподібних траєкторіях, то відповідно до системи Коперника, ці планети рухаються по пошти концентричних колах навколо Сонця. Очевидно, з кінематичної точки зору обидві ці системи відліку рівноправні в тому розумінні, що від зміни "точки зору" взаємний рух небесних тіл змінитися не може. Але система світу Коперника має більші переваги, якщо керуватися евристичним "принципом простоти" описання процесу, проголошеним пізніше Пуанкаре (1854-1912) і який потім став основоположним принципом для Ейнштейна (1879-1955).

Для обгрунтування свого кінематичного принципу відносності Коперник наводить такий приклад: "*Так, при русі корабля в тиху погоду все, що знаходиться поза нього, здається мореплавцям, що воно рухається, як би відображаючи рух корабля, а самі спостерігачі, навпаки, вважають себе в стані спокою з усім тим, що знаходиться з ними. Це ж, без сумніву, може відбуватися і при русі Землі, так що ми думаємо, ніби навколо неї обертається весь Всесвіт*" [9] .

Визначити за допомогою кінематичного принципу відносності, яке з тіл "істинно перебуває в стані спокою" неможливо. Це розумів уже Птолемей, тому спростовуючи думку про можливість руху Землі (Гераклід, IY с. до н. е. та інш.) відносно Сонця та сфери віддалених зірок, він наводить такі аргументи: якби Земля оберталася навколо своєї осі та Сонця, то її поверхня рухалась би з величезною швидкістю, і всі нерівності та будинки були б знесені, хмари та птахи залишилися б далеко позаду, камінь, кинутий із башти, не впав би до її підніжжя і т. д. А оскільки це не відбувається, говорить Птолемей, то саме Земля знаходиться в стані спокою і є центром Всесвіту.

В процесі боротьби за геліоцентричну систему світу Галілей (1564-1642) переконливо спростував ці доводи Птолемея. Нехай у каюті корабля (без ілюмінаторів), що перебуває в стані спокою, здійснюються деякі експерименти. "*Нехай тепер корабель рухається з будь-якою швидкістю,* – пише Галілей, – *і тоді (якщо тільки рух буде рівномірним і без коливань в ту чи іншу сторону) у всіх названих явищах ви не виявите ні найменшої зміни і ні за одним з них не зможете встановити: рухається корабель чи залишається нерухомим. І причина узгодженості всіх цих явищ полягає в тому, що рух корабля спільний для всіх предметів, що знаходяться на ньому, а також і для повітря*" [4]

Ці експерименти Галілея в замкнутій каюті корабля принципово відрізняються від спостережень за явищами поза кораблем у Коперника. Вони дозволили сформулювати *динамічний принцип відносності:* “*Ніякими механічними експериментами у замкнених фізичних лабораторіях не можна виявити їх поступальний, рівномірний та прямолінійний рух одна відносно одної*”. Зауважимо відразу, що динамічний принцип відносності, як і кінематичний, не дає можливості виявити системи відліку, які “істинно знаходяться в стані спокою”.

Динамічний принцип відносності не тільки спростував докази прихильників Птолемея проти геліоцентричної системи світу, але й аж до Ньютона був провідним принципом при доведенні тих або інших положень механіки. Простежимо, наприклад, за тим, як Гюйгенс (1629-1695), використовуючи обидва принципи відносності, розвиває теорію удару у своїх мемуарах “Про рух тіл під впливом удару” [5]. Спочатку формулюється гіпотеза “*Якщо два однакових тіла, що рухаються з однаковою швидкістю назустріч одне одному, зіштовхуються прямим ударом, то кожне з них відскакує назад з тією ж швидкістю, з якою ударилося*”. Потім використовується динамічний принцип відносності, сформульований Гюйгенсом у вигляді такої гіпотези: *“Якщо пасажир корабля, що рухається рівномірно, здійснить удар двох куль з однаковими, знову таки відносно пасажира і корабля швидкостями, то ці кулі відскочать з однаковими, відносно пасажира й корабля, швидкостями, – так, якби пасажир здійснив удар цих куль на нерухомому кораблі або на березі”*. Нарешті, застосовується кінематичний принцип відносності: за ударом і взаємним рухом згаданих вище куль на кораблі, що рухається, спостерігає також людина на березі. Якщо кулі рухаються уздовж корабля, а корабель пливе зі швидкістю однієї з куль, то для спостерігача на березі виявляється доведеним твердження: “*Якщо з тілом, що знаходиться в стані спокою, зіштовхується однакове з ним тіло, то тіло, що вдарило, переходить до стану спокою, а тіло, що перебувало у стані спокою, починає рухатися зі швидкістю тіла, що його* *вдарило*". Так само Гюйгенс доказує і ряд інших положень теорії удару пружних куль.

У порівнянні з Коперником, Гюйгенс, з одного боку, звужує кінематичний принцип відносності, тому що відносить його тільки до взаємних поступальних, рівномірних і прямолінійних рухів систем відліку, а з іншого боку, розширює його, тому що відносить цей принцип не тільки до взаємного руху вільних тіл системи, але й до їх руху внаслідок механічної взаємодії.

Ньютон (1643-1727), узагальнюючи і розвиваючи накопичені його попередниками знання, створив суцільну теорію про механічні рухи і механічні взаємодії тіл [13]. Його теорія містить у собі, звичайно, як кінематичний, так і динамічний принципи відносності. Потреби у зверненні до цих принципів для доведення тих або інших положень механіки після Ньютона більше не було, тому що вони (будучи включеними до неї в головних поняттях, визначеннях і законах) одержуються як наслідок.

Щоб вирватися з лабіринту рівноправних у кінематичному відношенні систем відліку, Ньютон виділив одну, привілейовану систему відліку, названу ним абсолютною або нерухомою. З достатньо великою точністю вона моделюється геліоцентричною (баріцентричною) системою відліку Коперника, що прив'язана до сфери віддалених зірок, відносно якої Ньютон і формулює свої закони.

Застосовуючи закони Ньютона, можна описати будь-які механічні взаємодії в цій абсолютній системі відліку. Для того ж, щоб дізнатися, як будуть сприйматися та описуватися ці ж явища в будь-якій іншій системі відліку, достатньо виконати формально-математичну операцію перетворення координат і часу однієї системи відліку до іншої системи. Відповідно до кінематичного принципу відносності, фізичний процес не залежить: а) від того, у якій формі записане рівняння, що описує якийсь механічний процес; б) відносно якої з систем відліку розглядається цей процес.

Якщо рівняння руху, при деякому перетворенні систем відліку, зберігають свій вигляд, але не зберігають вираження для тих функцій, що в них містяться, то вважають, що ці *рівняння руху коваріантні щодо даного перетворення. Якщо ж рівняння руху при деякому перетворенні зберігають не тільки свій вигляд, але й вираження тих функцій, що в них містяться, то вважають, що вони інваріантні щодо даного перетворення.*

Лише з евристичної точки зору "простоти запису" рівнянь руху, можна надати перевагу таким формам їхнього запису і таким системам відліку, що перетворення просторових і часових координат при переході від однієї з них до іншої залишають ці рівняння інваріантними. Хід плину механічного процесу незалежний від нашого суб'єктивного сприйняття цього процесу – вибору системи відліку і форми запису рівнянь, що описують даний процес.

Так виглядає кінематичний принцип відносності в класичній механіці Ньютона. Що ж стосується динамічного принципу відносності Галілея, то він закладений у першому законі Ньютона, законі інерції: *фізичні властивості абсолютного* (по Ньютону) *простору та часу такі, що наданий рух абстрактної ізольованої матеріальної частинки є рівномврний та прямолінійний і не залежить ні від того, де вона знаходиться стосовно сфери віддалених зірок, ні від того, як її рух ориентований стосовно сфери віддалених зірок, ні від того, яка величина швидкості стосовно них, і, нарешті, ні від того, у який момент часу цей рух почався*. Звідси витікає, що взаємний рух в кожній із замкнених систем взаємодіючих між собою матеріальних частинок не буде залежати від руху цих систем "як цілого" зі сталою переносною швидкістю відносно абсолютної (по Ньютону) системи відліку. Це положення сформульоване Ньютоном в Наслідку Y після формулювання його законів: *"Відносні рухи тіл одне відносно одного, замкнених у деякому просторі, однакові, незалежно від того, чи спочиває цей простір, чи рухається рівномірно і прямолінійно без обертання"* [13]. При цьому варто врахувати таке зауваження Ньютона: *"тіло, що рухається в просторі, який також рухається, бере участь і в русі цього простору, тому тіло, що рухається від місця, що рухається, бере участь у русі свого місця"* [13]. Наслідок Y Ньютон закінчує таким коментарем: *"Це підтверджується багатьма дослідами. Всі рухи на кораблі відбуваються однаково, незалежно від того, чи* *знаходиться він у спокої, чи рухається рівномірно та прямолінійно”* [13]. Цей наслідок надзвичайно важливий, тому що він дозволяє застосовувати закони Ньютона не тільки в ″абсолютній″ (баріцентрічній) системі відліку, прив'язаній до сфери віддалених зірок, але й у всіх фізичних лабораторіях (системах відліку), що рухаються поступально, рівномірно і прямолінійно відносно сфери віддалених зірок (отже, і по відношенню одна до одної). Всі ці системи відліку одержали назву *інерціальних*.

Взагалі, всі інерціальні системи відліку виділені не кінематичним, а динамічним принципом відносності – *у кожній з цих систем відліку ідентичні процеси протікають однаково*. Якщо саме так визначати поняття інерціальных систем відліку, то вже Ньютону було зрозуміло, що існує, крім визначених вище, ще один клас інерціальних систем відліку, в яких виконуються сформульовані ним закони. Це всі системи відліку, які пов'язані з фізичними лабораторіями, що ″падають″ прискорено в однорідному гравітаційному полі і про які Ньютон говорить у Наслідку YI: *“Якщо декілька тіл, що рухаються довільно одне відносно одного, буде піддано дії рівних прискорюючих сил, напрямки яких паралельні, то ці тіла будуть продовжувати рухатися одне відносно одного так, якби названі сили на них не діяли*” [13]. В обгрунтуванні цього принципу Ньютон посилається на доведену ним експериментально рівність інертної та гравітаційної маси тіла та на свої закони динаміки.

У ″падаючих″ системах відліку з рівнянь руху матеріальних частинок ″випадає″ загальна для усіх них сила тяжіння. Визначення ж сили тяжіння при ″падінні″ усіх планет на Сонце, а Місяця на Землю, тобто формулювання закону всесвітнього тяжіння, було однією з головних цілей Ньютона. Тому на цей клас ″падаючих″ інерціальных систем відліку Ньютон далі не посилається. Але неявно він їх використовує, коли поширює дію своїх законів (встановлених для руху небесних тіл в ″абсолютному просторі″), на рух земних тіл в просторі Землі, що ″падає″ до центру Сонячної системи; разом з Сонячною системою ″падає″ до центру нашої Галактики; разом з цією Галактикою - ″падає″ до центру групи Галактик і т.д.

Привертає до себе увагу ідентичність формулювань і доказів, а також послідовність одного за другим Наслідків Y та YI. Це не випадково. Наслідок YI є *узагальнення динамічного принципу відносності* Галілея. Наслідок YI встановлює: *Ніякими механічними дослідами в замкнених фізичних лабораторіях не можна виявити не тільки їх поступальне рівномірне та прямолінійне прямування одна відносно одної, але також і "падіння" із загальним прискоренням в однорідному гравітаційному полі*. Звідси відразу випливає, що не тільки "абсолютну" швидкість, але й "абсолютне" прискорення за механічними дослідами в "падаючих" замкнених фізичних лабораторіях виявити неможливо. Піддаються виміру швидкості та прискорення тіл лише одне відносно одного.

З усього сказаного вище можна зробити такі висновки про те принципове розходження, що існує між динамічним та кінематичним принципами відносності.

У динамічному принципі відносності розглядаються окремо ідентичні процеси в різних фізичних лабораторіях, що рухаються одна відносно одної поступально рівномірно і прямолінійно, а в кінематичному – один і той же процес відносно різних фізичних лабораторій, що рухаються одна відносно одної, взагалі кажучи, довільно.

Порівняльна характеристика двох принципів відносності у класичній механіці

Кінематичний принцип

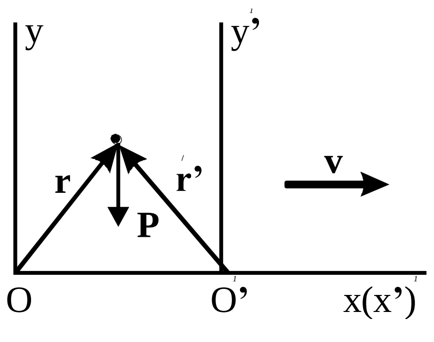

Рис.1 Один і той же процес

Динамічний принцип

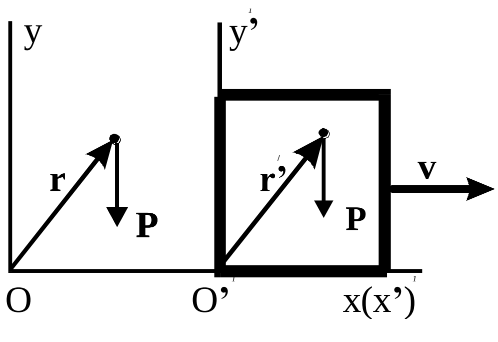

Рис.2 Ідентичні процеси

у різних системах відліку	у різних фізичних лабораторіях

Кількість систем відліку (СВ):

Дві і більше.	Дві і більше.

Кількість явищ, що спостерігаються:

Одне, загальне для усіх СВ.	У кожної СВ – своє.

Характер взаємного руху СВ:

$\mathbf{v}$ =const.	$\mathbf{v}$ =const.

Перетворення простору-часу:

Перетворення Галілея $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}t$; $t = t'$	$\mathbf{r}$, t повинно бути замінене на $\mathbf{r}'$, t'

Диференціальні рівняння руху:

Коваріантні як наслідок структури основного рівняння динаміки точки.	Однакові, якщо явища ідентичні, як наслідок експерименту.

Початкові умови:

Взаємозалежні та не можуть бути однаковими в різних СВ, як наслідок перетворень Галілея.	Можуть бути задані незалежно для кожного явища у своїй СВ, зокрема, однаковими.

Закони руху в кожній СВ:

Не можуть бути однаковими, наприклад, якщо в одній СВ тіло падає вертикально, то в іншій СВ це буде рух по параболі	Однакові, якщо явища ідентичні (включаючи початкові умови), як наслідок експерименту.

Динамічний принцип відносності є об'єктивний закон протікання процесів у природі, а кінематичний принцип відносності є суб'єктивний акт сприйняття та опису цих процесів.

Динамічний принцип відносності, який є експериментальним фактом і відображає об'єктивний закон природи, потребує застосування тих же рівнянь руху при тих же початкових умовах для опису ідентичних процесів у кожній з фізичних лабораторій, що рухаються одна відносно одної поступально рівномірно і прямолінійно. Кінематичний же принцип відносності зв'язаний з формально-математичним перетворенням рівнянь руху і початкових умов, що описують той же процес, при переході від однієї системи відліку до іншої. Зокрема, ці рівняння руху можуть бути інваріантними або коваріантними щодо деяких перетворень.

Динамічний принцип відносності є поняття фізичне і його виконання ніяк не зв'язано з формою запису рівнянь руху; зокрема, він зовсім не вимагає написання цих рівнянь в інваріантній або коваріантній формах відносно тих або інших перетворень систем відліку. Динамічний принцип відносності, як об'єктивний закон природи, не може змінитися від зміни форми запису рівнянь, що описують той або інший процес, а також від зміни формул перетворення при переході від однієї системи відліку до іншої.

Інваріантість та коваріантність рівнянь руху стосовно деяких перетворень є поняття *математичні*. Навіть, якщо деякий процес описується рівняннями в інваріантній формі, це ще не означає його однаковість у системах відліку, що рухаються одна відносно одної, стосовно яких ці рівняння інваріантні. Більше того, можна *a priori* стверджувати, що в різних системах відліку цей процес не буде сприйматися однаково, (пригадайте досліди Гюйгенса з кулями), тому що їх взаємний рух не дозволить сформулювати однакові початкові умови, принаймні, за початковими швидкостями. Лише експеримент може показати: виконується чи не виконується динамічний принцип відносності в розумінні Галілея-Ньютона. Динамічний принцип відносності логічному, формально-математичному доведенню не підлягає, тому що це є твердження (у доступній для наших експериментів частині Всесвіту) про фізичні властивості простору і часу або (що те ж саме) про фізичні властивості того фізичного поля, у якому

″падає″ наша Земля разом з нашою Сонячною системою, разом з нашою Галактикою, разом з нашою групою Галактик і т. д..

Отже, з динамічного принципу відносності не випливає інваріантість рівнянь руху стосовно тих або інших перетворень систем відліку, а з їхньої інваріантості не випливає динамічний принцип відносності – це просто різні поняття.

На жаль, ці елементарні, на перший погляд, істини не були чітко розмежовані. І коли через 200 років після виходу "Математичних начал натуральної філософії" Ньютона потрібно було з позицій принципу відносності осмислити накопичені результати в тій галузі знань, що не була охоплена класичною механікою – в електродинаміці, то виявилося, що учені до цього не були готовими. Тоді з цим принципом відбулася надзвичайно цікава метаморфоза.

Від Пуанкаре до Ейнштейна.

Підбиваючичи підсумки всіх спроб виявити ″абсолютний рух″ за допомогою оптичних експериментів, Пуанкаре робить такий висновок: *"На перший погляд здається, що аберація світла і пов'язані з нею оптичні та електричні явища дають нам спосіб для визначення абсолютного руху Землі або, вірніше, її руху не стосовно інших небесних тіл, а стосовно ефіру. Насправді, це не так... і Майкельсон, що придумав експеримент, у якому можна виявити члени, що залежать від квадрата аберації, у свою чергу, зазнав невдачі. Неможливість виявити рух Землі, є, очевидно, загальний закон природи"* [30. С. 429]. І далі: *"Ми природно приходимо до того, щоб прийняти цей закон, який ми назвемо постулатом відносності*" [30. С. 433].

Отже, розвиток науки привів до необхідності поширити динамічний принцип відносності класичної механіки і на електромагнітні процеси. Пуанкаре був першим, хто зробив це поширення. Але, на жаль, Пуанкаре був також першим, хто ототожнив динамічний принцип відносності з кінематичним і сформулював принцип, відповідно до якого: "*...Закони фізичних явищ повинні бути однаковими для нерухомого спостерігача і для спостерігача, який рухається рівномірно і* *поступально, так що ми не маємо і не можемо мати ніякого способу визначити, чи знаходимося ми в подібному русі, чи ні*" [30. С. 562].

І, нарешті, за визнанням Лоренца, Пуанкаре був першим, хто ототожнив динамічний принцип відносності з інваріантністю рівнянь руху щодо перетворення просторово-часових координат при переході від однієї системи відліку до іншої. "*Пуанкаре отримав інваріантність рівнянь електродинаміки і сформулював "постулат відносності" – термін вперше впроваджений ним*" [12].

Вхід до логічної пастки підміни понять: *динамічний принцип відносності – кінематичний принцип відносності – інваріантість* – був відкритим. І слідом за Лоренцом (1853-1928) до неї непомітно для себе потрапляє Ейнштейн і остаточно заводить науку XX століття до цієї пастки.

Біографи А. Ейнштейна відмічають, що в молоді роки він із своїми друзями ретельно вивчав твори знаменитого ще при житті видатного вченого А. Пуанкаре. Тому не дивно, що вже в своїй першій статі 1905р., в якій були сформульовані вихідні принципи С*пеціальної теорії відносності*, Ейнштейн повторює цитоване вище висловлювання Пуанкаре, хоча й не посилається на останнього: "*Наведені приклади, а також невдалі спроби виявити рух Землі відносно "світлоносного середовища" ведуть до припущення, що не тільки в механіці, але і в електродинаміці ніякі властивості явищ не відповідають поняттю абсолютного спокою і навіть, більше того, до припущення, що* ***для всіх координатних систем, для яких справедливі рівняння механіки, справедливі ті ж електродинамічні та оптичні закони****, як це уже доведено для величин першого порядку. Це припущення (зміст якого в подальшому будемо називати "принципом відносності") ми маємо намір перетворити у висновок...*".

Зупинімося. Наведене тут цитування можна зрозуміти як формулювання динамічного принципу відносності, дію якого Ейнштейн поширив також на оптичні процеси. Відповідно до нього світло від джерела в каюті "нерухомого" корабля, відносно цього ж корабля, повинне поширюватися з тією ж швидкістю, що й відносно джерела в каюті другого корабля, який рухається поступально, рівномірно, прямолінійно відносно першого. Це нібито і підтвердив оптичний експеримент Майкельсона-Морлі, де в якості такого "корабля" була використана Земля.

Продовжимо цитування: *“...і зробимо, крім того, додаткове припущення, яке нібито знаходиться з першим у протиріччі, а саме, що світло в порожнечі завжди поширюється з певною швидкістю, що не залежить від стану руху тіла, що випромінює”* [36, т.1. С.7].

Виникає запитання. Чому Ейнштейн вважає, що його останнє припущення знаходиться у протиріччі з попереднім висловлюванням? Адже попереднє висловлювання є формулювання динамічного принципу відносності Галілея, що нібито знаходиться у відповідності з оптичним експериментом Майкельсона-Морлі. Відповідь на поставлене запитання така: Ейнштейн не зрозумів змісту динамічного принципу відносності Галілея та ототожнив його з інваріантністю відносно кінематичних перетворень Галілея. Останні ж перетворення, дійсно, не залишають рівняння поширення світла інваріантними відносно інерціальних систем відліку.

Рівняння, що описують поширення фронту світла відносно системи відліку (пов’язаною з каютою "нерухомого корабля") з початком в джерелі світла, мають вигляд

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2,$$

де c – швидкість поширення світла у вакуумі.

Рівняння поширення світла від джерела, що знаходиться в каюті іншого корабля, який рухається відносно першого поступально, рівномірно та прямолінійно, відносно цього ж корабля, згідно з принципом відносності Галлея, має той же вигляд

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = (ct_1)^2$$

Але перетворення Галілея:

$$x = x_1 + vt;$$

$$y = y_1 + vt;$$

$$z = z_1 + vt,$$

$$t = t_1,$$

де v - величина взаємної швидкості руху кораблів (систем відліку), не залишають записані вище рівняння інваріантними. Це й було сприйнято Ейнштейном як порушення принципу відносності Галілея в електродинаміці Максвелла-Лоренца.

Наведемо ще один приклад, який підтверджує, що в теорії Ейнштейна відбулася підміна понять. Таких прикладів з творів Ейнштейна можна навести безліч.

“*Вже поверхневий аналіз процесів*, - пише Ейнштейн, - *які ми називаємо рухом, вчить нас, що можна сприймати тільки відносні рухи предметів. Сядемо в залізничний вагон і будемо дивитися на інший вагон, що рухається повз нас (сусіднім шляхом)... Спостерігач, що знаходиться в залізничному вагоні, що рухається, з таким же правом може сказати, що вагон знаходиться в стані спокою, а земля та телеграфні стовпи рухаються*” [36, т.1. С. 395].

Ми, звичайно, впізнаїмо в цьому висловлюванні образний приклад, що ілюструє кінематичний принцип відносності. Але продовжимо цитування.

“*Уявимо собі знову вагон, що рухається рівномірно та прямолінійно. Нехай його вікна не пропускають повітря і світла, рейки і колеса нехай будуть абсолютно гладкими. Нехай у вагоні знаходиться фізик, озброєний усіма можливими приладами. Тоді ми знаємо, що всі експерименти, що проводяться фізиком, проходять точно так, якщо б вагон знаходився в спокої або рухався з іншою швидкістю. Це і є, по сутті, те твердження, що фізики називають "принципом відносності". У дещо більш загальному формулюванні цей принцип можна висловити і так: закони природи, що помічає спостерігач, незалежні від його стану руху* ” [36, т. 1. С. 395].

Звичайно ж, у цьому останньому висловлюванні Ейнштейн дає цілком вірне формулювання динамічного принципу відносності. Але виявляється, що для Ейнштейна обидва наведені вище твердження про вагони, які рухаються, висловлюють один і той же принцип відносності:

“*Це твердження звучить невимушено і природно. Воно ніколи не схвилювало б людей, якби закони поширення світла, до яких привів сучасний розвиток електродинаміки, не виявився не сумісним з цим принципом. Справа в тому, що явища оптики середовищ, що рухаються, привели до висновку, що світло поширюється в пустоті з постійною швидкістю, цілком* *незалежною від руху джерела світла. Проте, цей результат здаїться суперечним тільки що згаданому принципу відносності*” [36, т.1. С. 396].

Зупинімося. Якому принципу відносності суперечить згадане явище оптики? Якщо динамічному, то це невірно, тому що подібно тому, як у експериментах Галілея швидкість руху більярдної кульки щодо каюти не залежить від переносного рівномірного і прямолінійного руху корабля, так і в експерименті Майкельсона швидкість світла щодо Землі не залежить від її переносної швидкості. Або інакше – не тільки механічні, але й оптичні досліди не дозволяють виявити “абсолютної” швидкості руху Землі, тобто оптичний експеримент Майкельсона, якщо він проведений коректно, не суперечить принципу відносності Галілея . Тоді, якщо твердження “*світло поширюється в порожнечі з постійною швидкістю, цілком незалежною від руху джерела світла*” суперечить принципу відносності, то Ейнштейн має тут на увазі саме кінематичний принцип відносності: “*Тому що, якщо промінь світла поширюється з постійною швидкістю щодо певного спостерігача, то здається, що до іншого спостерігача, який сам рухається в напрямку поширення світла, швидкість променя світла повинна бути меншою, ніж відносно першого спостерігача*” [36, т.1. С. 396].

І, нарешті, з'являється зразок помилкового логічного висновку, коли одне поняття (динамічний принцип відносності) підмінюється іншим (кінематичний принцип відносності): “*Але якби це було так, то в протиріччі з викладеним вище принципом відносності* (очевидно, що динамічним - А.П.) *закон поширення світла в порожнечі не був би однаковим для спостерігачів* (а відповідно до кінематичного принципу відносності він і не повинен бути однаковым – А. П.), *що рухаються рівномірно один відносно одного*” [36, т.1. С. 396].

Отже, постулат постійності швидкості світла, якщо його розуміти як вимогу постійності швидкості світла, що виходить від одного й того ж джерела, щодо всіх спостерігачів, які рухаються один відносно одного поступально, рівномірно і прямолінійно, безумовно суперечить кінематичному принципу відносності класичної механіки. Але цей постулат постійності світла в тлумаченні Ейнштейна ще потребує більш точного експериментального підтвердження, тому що експеримент Майкельсона-Морлі до цього постулату не має ніякого відношення.

Далі Ейнштейн все більше поширює своє поняття принципу відносності й ототожнює його з інваріантністю: "*Якщо якась загальна фізична теорія формулюється в системі К, то* ***за допомогою рівнянь перетворення*** *замість величин x, y, z, t в рівняння можна ввести x', y', z', t'. Тоді утвориться система рівнянь, що віднесена до системи К′.* ***Відповідно до принципу відносності*** (якого? - А. П.), *ця система рівнянь повинна точно збігатися з системою рівнянь, віднесеної до системи К, з тією лише різницею, що замість величин x, y, z, t увійдуть x', y', z', t'. Таким чином, теорія відносності дає загальний критерій допустимості будь-якої фізичної теорії* " [36, т.1. С. 420 - 421].

Ейнштейн, згідно з існуючою помилковою точкою зору, привів електродинаміку у відповідність з принципом відносності Галілея, поширеним на всі фізичні процеси, тому що він обґрунтував такі перетворення просторово-часових координат між інерціальними системами відліку, що залишають рівняння Максвелла інваріантними. Виявилося, що це є відомі уже на той час перетворення Лоренца. Так виникли помилкові уявлення про існування механічного принципу відносності Галілея, ототожненого з інваріантністю щодо перетворень Галілея, та принципу відносності Ейнштейна, як узагальненого на всі фізичні процеси принципу відносності Галілея, ототожненого з інваріантністю щодо перетворень Лоренца.

Але в такому випадку: "*Тоді виникає запитання, чи обмежується цей принцип рівномірним рухом. Може бути, закони природи влаштовані так, що вони однакові і для двох спостерігачів, які рухаються один відносно одного не рівномірно? За останні роки вияснилось, що таке узагальнення теорії відносності можливе і воно приводить до загальної теорії відносності*" [36, т.1. С. 397 - 398]. Таким чином, пише Ейнштейн, "*під загальним принципом відносності ми розуміємо твердження, що всі тіла відліку К, К′ і т.д. – еквівалентні у відношенні опису природи (формулювання загальних законів* *природи), яким би не був їхній стан руху*” [36, т.1. С. 560-561]. Тут принцип відносності ототожнений з коваріантністю, тобто з формально-математичною вимогою записувати рівняння руху фізичних процесів у коваріантній формі щодо довільних перетворень при переході від одних систем відліку до інших.

До необхідності формулювання законів природи в коваріантній формі Ейнштейн приходить і з іншого боку – через принцип еквівалентності сил інерції та гравітації і “*у цьому відношенні дослід Етвеша* (1848-1919) *відіграє роль, подібну ролі досліду Майкельсона в питанні про можливість фізично виявити рівномірний рух... Та обставина, що в неприскорених системах відліку тіла ведуть себе при наявності поля ваги точно так, якби система відліку була прискореною, примушує нас поширити принцип відносності на випадок прискорених систем відліку*” [36, т.1. С. 284]. З таким твердженням Ейнштейна не можна не погодитися, тому що це є лише інше формулювання узагальненого динамічного принципу відносності Ньютона, сформульованого ним у Наслідку YI [13]. Але, на жаль, далі Ейнштейн проводить ту ж лінію на ототожнення динамічного принципу відносності з кінематичним та коваріантностю: *“З математичної точки зору це зводиться до того, що до рівнянь, які виражають закони природи, ми прагнемо коваріантності не тільки щодо лінійних ортогональних перетворень, але й щодо більш узагальнених, особливо нелінійних, перетворень, оскільки лише нелінійні перетворення відповідають переходу до прискорених систем*” [36, т.1. С. 284].

З цього логічного лабіринту взаємної підміни понять: *динамічний принцип відносності – кінематичний принцип відносності – інваріантність – коваріантність* Ейнштейн так і не зміг вибратися до кінця свого життя. В цей лабіринт сучасна наукова і навчальна література заводить все нові і нові покоління молоді. Щоб переконатися в цьому, достатньо звернутися до широко відомих фізичних енциклопедій ″Курс теоретичної фізики″ Ландау і Ліфшиця (″Теорія поля″, зокрема), ″Фейнмановський курс лекцій″, ″Берклеєвський курс лекцій″ та ін. І це незважаючи на те, що критичних зауважень на цей рахунок було досить [2], [32] та інш. Навіть критично настроєні до теорії Ейнштейна автори не помічають, що вони знаходяться в полоні цього лабіринту.

Простір-час того фізичного макросвіту (фонового поля), у якому ми ″падаємо″ – однорідний та ізотропний. Від цього факту нікуди не дітися, тому повернення до напрямку Ньютона-Максвелла в цьому плані неминуче. Не останню роль в цьому поверненні повинний відіграти запропонований нами альтернативний гравітаційний експеримент [23], [26].

Чи випливає з усього вище сказаного, що від *Спеціальної* та *Загальної теорій відносності* Ейнштейна треба відмовитися? Безумовно, ні. І перетворення в плоскому та викривленому просторах збережуться як ефективний і корисний математичний інструмент у. Але все те, що в цих теоріях Ейнштейна є раціонального фізиці, повинно бути ще виділено і переосмислено з неупередженої точки зору

Висновки.

1. У фундаменті *спеціальної теорії відносності (СТВ)* Ейнштейна лежить формально–математична вимога інваріантності формулювань законів природи, що змушений був визнати і сам Ейнштейн: *“Весь зміст спеціальної теорії відносності міститься в постулаті: закони природи інваріантні щодо перетворень Лоренца”* [36, т.2. С. 753].

2. У фундаменті *загальної теорії відносності (ЗТВ)* Ейнштейна лежить формально–математична вимога коваріантности формулювань законів природи, що змушений був визнати і сам Ейнштейн: “*Вона* (*ЗТВ* - А. П.) *являє собою чисто формальну точку зору, а не яку-небудь визначену гіпотезу про природу. Тому що будь-яку систему законів, що взагалі має зміст, можна виразити в загальноковаріантному вигляді”* [36, т.2. С. 344].

3. Ні спеціальний принцип відносності Ейнштейна (інваріантність), ні його загальний принцип відносності (коваріантність) не мають ніякого відношення як до динамічного принципу відносності Галілея, так і до узагальненого динамічного принципу відносності Ньютона. Тому експерименти, що підтверджують принцип відносності

Галілея-Ньютона, не є експериментально-фізичною основою ні для *СТВ*, ні для *ЗТВ* Ейнштейна.

4. З експерименту Майкельсона-Морлі не випливає, що світло, випущене одним і тим же джерелом, поширюється з постійною за величиною швидкістю щодо всіх систем відліку, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно і прямолінійно. Тому експеримент Майкельсона-Морлі не є експериментально-фізичною основою для *СТВ* Ейнштейна.

5. З експерименту Етвеша не випливає, що "*для пояснення тотожності інертної маси та маси тяжіння в теорії, необхідно припустити нелінійні перетворення чотирьох координат,* тобто, що "*рівняння, що виражають закони природи, повинні бути коваріантними стосовно всіх неперервних перетворень координат*" [36, т.2. С. 724]. Тому експеримент Етвеша не є експериментально-фізичною основою для *ЗТВ* Ейнштейна.

6. Не існує експериментально-фізичної основи, що могла б підтвердити вимоги *СТВ* Ейнштейна формулювати всі закони природи в Лоренц-інваріантній формі щодо систем відліку, які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямолінійно.

7. Не існує експериментально-фізичної основи, що могла б підтвердити вимоги *ЗТВ* Ейнштейна формулювати всі закони природи в коваріантній формі щодо систем відліку, які довільно рухаються одна відносно одної.

Розділ ІІ.
МЕХАНІЧНА ФОРМА РУХУ МАТЕРІЇ, СИЛИ ІНЕРЦІЇ ТА ПРИНЦИП Д'АЛАМБЕРА

Сили інерції в інерціальних системах відліку

Означення.

Експериментальний факт: *існує універсальне фізичне поле, утворене всіма видами матерії, яке проявляється у двох формах – як поле тяжіння та фонове поле. Це поле називається гравітаційним.*

Поле тяжіння є гравітаційне поле у тій його частині (активній), яка обумовлена неоднорідністю (градієнтом) цього поля та проявляється як взаємне притягання вільних матеріальних частинок одна до одної, тобто як сили тяжіння.

Фонове поле є гравітаційне поле у тій його частині (пасивній), яка обумовлена щільністю енергії цього поля та проявляється як взаємне відштовхування тяжіючих одна до одної вільних матеріальних частинок, тобто як поле сил інерції.

Практика виробничої діяльності на протязі більше ніж трьох століть підтвердила, що Ньютон у своїх законах вихопив те головне, що відображає саму суть механічної форми руху матерії, але виявлення діалектичної природи цих законів є етап більш пізнього, синтезуючого пізнання. Період же Ньютона – це період розчленування явищ природи, пізнання окремих сторін цих явищ, розгляду їх изольовано, "*а в такому випадку рухи, що змінюються, виступають перед нами – один як причина, інший як наслідок*" [34].

Згідно з Ньютоном, щоб вивести тіло з стану спокою (у інерціальній системі відліку), необхідно до нього прикласти силу, тобто причина руху – зовнішній вплив. Хоча Ньютон і фіксує той факт, що тіло яке рухається при цьому буде протидіяти, але ця протидія в причину руху ним не включається. У нього дія та протидія розподілені між різними тілами: тіло В із стану спокою виводить тіло А, дія тіла А є причиною руху тіла В, але саме тіло А зазнає протидію із боку тіла В. Ця взаємодія між дією і протидією відображена Ньютоном у його третьому законі: *"Дії завжди відповідає рівна і протилежна протидія, тобто, дії двох тіл одне на одне завжди рівні і спрямовані в протилежні сторони"* [13].

Згідно з діалектикою, щоб пізнати сутність будь-якої з форм руху матерії, треба розкрити цей рух як єдність та боротьбу протилежностей, інакше *"залишається в тіні САМ рух, його рушійна сила, його мотив"* [34].

Механічний рух, як зміна взаємного положення тіл у просторі з часом, відноситься до найпростішої форми руху матерії і здавалося б, що його джерело, його мотив повинні бути давно вже розкриті. Але як показала завершена лише Енгельсом дискусія про дві міри механічного руху [35] і дискусія, що продовжується, про сили інерції [6, 31, 33] та ін., ця найпростіша форма руху матерії є не настільки вже простою, коли питання стосується її теоретичного (у змісті діалектичного) осмислення.

З того, що в третьому законі Ньютона говориться про дію і протидію, зовсім ще не випливає, що саме в ньому розкривається суть механічної форми руху як єдність і боротьба протилежностей.

По-перше, не всі полярності, протилежності є протиріччями діалектичними.

По-друге, виявлені в третьому законі протилежності розподілені між різними тілами, у той час як діалектичні протиріччя повинні бути виявлені у самій суті даного предмета або явища. Ф. Енгельс називає протиріччям, у точному значенні цього слова, відношення протилежностей у тому ж самому: "*Якщо речі властива протилежність, то ця річ суперечить сама собі; те ж відноситься і до вираження цієї речі в думці"* [35]. Наприклад, відповідно до механіки Ньютона, Земля є джерелом сили, прикладеної до Місяця, що і є причиною руху останнього навколо Землі, але Місяць протидіє з силою, рівною його відцентровій силі, і ця протидія прикладена до Землі. Таке трактування причини руху дало підставу Енгельсу зауважити: "*Ньютонівськее тяжіння і відцентрова сила – приклад* *метафізичного мислення: проблема не вирішена, а тільки поставлена, і це підноситься як вирішення*” [34].

По-третє, в остаточному підсумку, виявлені єдність і боротьба протилежностей повинні розкрити взаємовідносини руху з його протилежністю – спокоєм, але третій закон Ньютона не дозволяє це зробити, у ньому дія та протидія відносяться до різних тіл.

Отже, третій закон Ньютона не розкриває сутті механічного руху ні в єдності протилежностей (у ньому вони розірвані, хоча і пропонують одна одну), ні в їхній боротьбі (вони не заперечують, не знімають, не виключають одна одну). Але це не виключає того, що виступаючі на поверхні дія і протидія в третьому законі Ньютона є лише зовнішньою формою вираження суттєвих, глибинних діалектичних протиріч, що можуть бути виявлені лише в одному і тому ж об'єкті, а саме в тому, що рухається.

Розглянемо другий закон Ньютона – головний закон динаміки матеріальної точки, цієї вихідної ″клітинки″, як носія діалектичних протиріч механічної форми руху матерії. На перший погляд, ні про які протилежності, ні про які протиборчі сили в цьому законі мова не йде, у ньому встановлюється кількісний взаємозв'язок між прикладеною до матеріальної точки силою та її прискоренням

$$\bar{F} = m\bar{a}\,. \tag{2.1}$$

Але якщо ми, щоб розкрити діалектичний зміст цієї рівності, перенесемо усі члени в одну сторону, прирівняємо отримане вираження нулю і потім, як це прийнято в механіці, назвемо член $-m\bar{a}$, що має розмірність сили, силою інерції $\bar{F}^{in}$, то отримаємо

$$\bar{F} + \bar{F}^{in} = 0, \tag{2.2}$$

тобто, замість рівняння руху ми отримали рівняння рівноваги. Що це – формальний математичний прийом чи в останній рівності прихований більш глибокий фізичний зміст другого закону Ньютона? Спробуємо відповісти на це запитання.

Чи існує в явищі, що аналізується, сила, яка точно дорівнює $\overline{F}^{in}$? Так, існує – це сила протидії, про яку говорилося вище в третьому законі Ньютона, і прикладена ця сила з боку матеріальної точки, що рухається з прискоренням, до того тіла, що діє на неї з силою $\overline{F}$. Згідно з Ньютоном, це *"вроджена сила матерії як властива їй спроможність опору",* що *"могла б бути дуже зрозуміло названа силою інерції"* [13]. Отже, Ньютон наділив матеріальну точку, що рухається під дією сили, спроможністю опору і зробив це він не за своєю примхою, а, очевидно, тому, що це закладено в самій сутті, в самій природі механічного руху. З цього приводу діалектик Енгельс робить собі помітку: "*Сила. Піддати також аналізу і негативну сторону – опір, що протиставляється перенесенню руху*" [34].

Розпочнемо такий аналіз з запитань. Звідкиля точка "знає", що їй треба чинити опір? Звідкиля вона "знає" яка її маса і яке у неї в кожний момент часу прискорення? Нарешті, як вона утворює протидію, у точності рівну $-m\overline{a}$? На всі ці запитання у Ньютона одна відповідь: *"це вроджена сила матерії, як властива їй спроможність опору*". Сьогодні на ці питання відповідають – "така властивість матерії", що по суті, не відрізняється від відповіді Ньютона. Невже за більше ніж трьохсотлітній період розвитку науки ми не зробили подальших кроків у вирішенні цих питань? Погодитися з наведеними вище відповідями позначає відмовитися від пошуку наукової відповіді. Тому продовжимо аналіз.

Яка мінімальна кількість матеріальних об'єктів задіяна у другому законі Ньютона? На перший погляд два – матеріальна частинка, що рухається і те тіло, що є джерелом прикладеної до неї сили. Але це не так, є ще один, хоч і неявний, матеріальний об'єкт – той, що Ньютон назвав *абсолютним простором*. Цей абсолютний простір наділяється Ньютоном цілком конкретними фізичними властивостями, що розкриваються, по-перше, у його першому законі; по-друге, на досліді відра з водою, що крутиться, [13. С. 34-35]. З цього приводу Ейнштейн зауважив: "*У динаміці Ньютона простір має реальність – на противагу геометрії і кінематиці*" [36, т.2. С. 56].

Ньютон формулює свої динамічні закони не для порожнечі, а для того випадку, коли частинка рухається в реальному фізичному ″абсолютному просторі″ – у фоновому полі, новому фізичному об'єкті. Тоді все стає на свої місця. У другому законі Ньютона присутні три матеріальних об’єкти: тіло, що є джерелом сили $\overline{F}$; матеріальна частинка, що рухається і до якої прикладена сила $\overline{F}$; фонове поле, в якому частинка рухається. Далі події відбуваються так: під дією сили $\overline{F}$ у частинки з′являється прискорення відносно інерціальної системи відліку. Тоді частинка, що рухається прискорено, взаємодіє з фоновим полем, внаслідок чого з′являється прикладена до неї сила інерції $\overline{F}^{in}$, яка опосередковано, через матеріальну частинку, що рухається, проявляється як протидія тому тілу, що є джерелом сили $\overline{F}$.

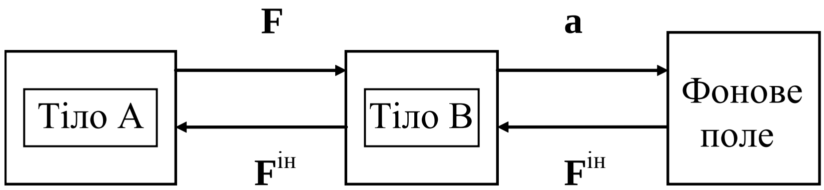

Рис.1 Механізм взаємодії тіл А та В в фоновому полі.

І тут виникає два кримінальних, з погляду щирого прихильника Ньютона, запитання.

Запитання перше: згідно з третім законом Ньютона сила – поняття парне. Якщо сила інерції $\overline{F}^{in}$ прикладена до частинки, що рухається з прискоренням, то де її сила-двійник і до чого ця сила-двійник прикладена?

Запитання друге: якщо до матеріальної частинки, що рухається прискорено, прикладена і сила дії $\overline{F}$, і сила протидії $\overline{F}^{in}$ і їх сума дорівнює нулю, то як може частинка рухатися з прискоренням, якщо прикладена до неї система сил – врівноважена? Це ж суперечить другому закону Ньютона. Тобто, щирий прихильник Ньютона запитує: “Так що ж виходить, замість діалектичного осмислення законів Ньютона, ми прийшли до того, що вони порушуються, помилкові, не діють?” Зовсім ні. І не порушуються, і не помилкові, і діють, але діють діалектично.

Відповідь на перше запитання така. Поняття сили має обмежену галузь застосування – саме там, де мова йде про механічну взаємодію тіл, тобто при переході механічної форми руху матерії в механічну ж. Але поняття сили втрачає свій зміст, коли мова йде про інші, немеханічні форми взаємодії, тобто при переході механічної форми руху матерії в інші форми руху, як це має місце при взаємодії тіла з полем. При взаємодії речовини і поля сила більше не є мірою взаємодії цих різноманітних видів матерії, цю взаємодію можна і потрібно розглядати з позиції інших мір руху матерії, у даному випадку – енергії. Тому не виникає ніяких дискусій, коли роботу сил інерції додають до роботи прикладених до нього сил, і в результаті отримують нуль (загальне рівняння динаміки). З урахуванням цього зрозуміло зауваження Енгельса: “*Механіка: точкою відправлення для неї була інерція, що є лише негативним вираженням незнищеності руху”* [34].

Тепер розглянемо те протиріччя, про яке йде мова в другому запитанні. Вже сама постановка говорить про те, що той, хто ставить це запитання, допускає собі тільки дві можливості, що взаємовиключають одна одну: прикладена до матеріальної частинки система сил або врівноважена, і тоді, відповідно до другого закону Ньютона, частинка знаходиться в спокої чи рухається рівномірно та прямолінійно; або неврівноважена, і тоді ця частинка рухається прискорено. Але насправді відбувається третій варіант, суперечливий за самою своєю суттю явища руху. Ця система сил і врівноважена і не врівноважена, тому що *“рух сам є протиріччя: вже просте механічне переміщення може здійснюватися лише тому, що тіло в той же самий момент часу знаходиться в даному місці й одночасно–в іншому, що воно знаходиться в тому ж самому місці, і не знаходиться в ньому. А постійне виникнення й одночасне розврозв’язування цього протиріччя і є сам рух”* [35].

Отже, прикладена сила $\overline{F}$ викликає прискорений рух частинки, протидіюча сила інерції $\overline{F}^{in}$ заперечує цей рух (із деяким запізненням, через обмеженість швидкості поширення будь-яких взаємодій) рівновагою сил, але сама ця рівновага заперечується (знову таки з деяким запізненням) неврівноваженістю і ми приходимо до вихідного пункту, але на новому рівні, коли частинка має вже іншу швидкість, що відрізняється від її значення в попередній момент і т.д. – і все це лише груба схема безперервного процесу руху. У цьому процесі руху недоречно ставити питання про те, яка із сил, $\overline{F}$ чи $\overline{F}^{in}$ є первинна і яка – вторинна, тому що *"із якого боку ми не підійшли б до цього питання, розходження між первинним і вторинним процесами залишається чисто формальним і, як правило, знову знімається в їхній взаємодії між собою. Якщо про це забувають, якщо розглядають такі відносні протилежності як щось абсолютне, то кінець кінцем, неминуче заплутуються в безнадійних протиріччях"* [34]. Наприклад, при русі планет джерелом і сили, що діє (тяжіння Сонця), і сили, що протидіє, (відцентрова сила інерції) є єдине фізичне гравітаційне поле, і не можна відрізнити, яка з цих сил – первинна, а яка – вторинна.

Отже, закони Ньютона, в сукупності, відображають діалектику механічного руху матеріальної частинки в реальному просторі як фізичному полі. Сама суть цієї форми руху матерії, її мотив, її причина розкриваються як єдність та боротьба протилежностей у другому законі Ньютона, причому, особливо наочно записаному у формі (2.2)

$$\overline{F} + \overline{F}^{in} = 0,$$

тобто, у формі рівноваги. Але остання обставина нас не повинна бентежити, тому що "*усяка рівновага або є лише відносним спокоєм, або сама являє собою врівноважений рух яким, наприклад, є рух планет"* [35].

Зауваження щодо принципу Д'аламбера

Для невільної матеріальної частинки, що рухається, Даламбер (1717-1783) сформулював принцип (1742 р.): частина $\overline{F}_1$ ативної сили $\overline{F}$, прикладеної до матеріальної частинки, надає їй прискорення та враховується в другому законі Ньютона

$$m\bar{a} = \bar{F}_1, \tag{2.3}$$

а інша її частина, $\bar{F}_2$ у цю рівність не входить, тому що вона втрачається на в'язях, причому

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2. \tag{2.4}$$

Але це можливо тільки у тому випадку, якщо до цієї частинки прикладена додаткова сила $\bar{N}$ – сила реакції в'язі, яка рівна за величиною та протилежна, за напрямком, втраченій частині сили $\bar{F}_2$, тобто

$$\bar{F}_2 + \bar{N} = 0 \tag{2.5}$$

або

$$\bar{N} = -\bar{F}_2. \tag{2.6}$$

Так як

$$m\bar{a} = \bar{F}_1 = \bar{F} - \bar{F}_2 = \bar{F} + \bar{N} \tag{2.7}$$

або

$$\bar{F} + \bar{N} - m\bar{a} = 0, \tag{2.8}$$

то пізніше Делоне (1814-1872) дав сучасне формулювання принципу Д'аламбера

$$\bar{F} + \bar{N} + \bar{F}^{in} = 0. \tag{2.9}$$

Принцип Д'аламбера: *Активні сили і сили реакції в'язей, які прикладені до матеріальної точки, що рухається з прискоренням в інерціальній системі відліку, врівноважуються її силою інерції.*

Ще раз підкреслимо, що в принципі Д'аламбера говориться про фактичну, а не умовну рівновагу сил, і це зовсім не означає руху з постійною швидкістю, тому що сила інерції, що входить в цей принцип, виникає лише при прискореному русі матеріальної частинки в ІСВ.

Трактування сили інерції як фактичної сили, прикладеної до даної матеріальної частинки, цілком узгоджується з поняттям сили у Ньютона. Це особливо видно у випадку супутньої системи відліку, пов'язаної з частинкою, що прискорено рухається. В цій системі відліку матеріальна частинка під дією прикладених до неї сил активних, сил реакцій в'язей і сили інерції буде знаходитися в стані спокою.

З усього сказаного вище випливає, що *даламберова сила інерції є сила об'ємна (масова)* і в цьому відношенні вона подібна силі тяжіння. І подібно тому, як відрізняють прикладену до тіла об'ємну силу тяжіння від форми її прояви – ваги тіла, що прикладена до в′язі, також *варто відрізняти даламберову силу інерції від форми її* прояви. Проявляється ж ця сила інерції або як поверхнева сила протидії прискореної частинки тому тілу, що її прискорює при їх контактній взаємодії, або як невагомість, якщо ця частинка не стиснена ніякими в'язями, тобто є вільною та рухається в полі сил тяжіння інших тіл.

Сили інерції в неінерціальних системах відліку

Сили інерції в класичній механіці розглядаються як у інерціальних, так і в неінерціальних системах відліку. У першому випадку це даламберова сила інерції

$$\bar{F}^{in} = -m\bar{a}, \tag{2.10}$$

про яку говорилося вище. У другому – відносна

$$\bar{F}^{r} = -m\bar{a}^{r}, \tag{2.11}$$

переносна

$$\bar{F}^{e} = -m\bar{a}^{e} \tag{2.12}$$

та коріолісова

$$\bar{F}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor} \tag{2.13}$$

сили інерції.

Із співвідношення

$$\bar{a} = \bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^{Cor} \qquad (2.14)$$

маємо

$$\bar{F}^{in} = \bar{F}^r + \bar{F}^e + \bar{F}^{Cor}. \qquad (2.15)$$

При вивченні динаміки відносного руху матеріальної точки в неінерціальній системі відліку, коли ми даємо поняття переносної та коріолісової сил інерції, варто відрізняти два випадки [8].

У першому випадку в напрямку переносного і коріолісового прискорень існує контактна взаємодія між матеріальною частинкою, що розглядається, і тим тілом, з яким пов'язана неінерціальна система відліку. Тоді ця матеріальна частинка бере участь у русі того тіла, що її переносить. Внаслідок цього, переносна і коріолісова сили інерції обумовлені взаємодією матеріальної частинки із фоновим полем, і *виявляються* вони як поверхневі сили, що прикладені з боку цієї частинки до того тіла, що її переносить.

У другому випадку в напрямку переносного і коріолісового прискорень не існує контактної взаємодії між матеріальною частинкою, що рухається, і тим тілом, з яким пов'язана прискорена система відліку. Тоді матеріальна частинка в русі того тіла, з яким пов'язана ця система відліку, не приймає участі, внаслідок чого переносна і коріолісова псевдосили інерції є лише кінематичний ефект, обумовлений взаємним рухом систем відліку.

Таким чином, переносна і коріолісова сили інерції ***виявляються*** як фізичні сили (що прикладені з боку матеріальної частинки до взаємодіючих з нею тіл) лише в тій їх частині, в якій вони забезпечують виявлення даламберової сили інерції як сили фізичної відповідно до формули (2.9).

В обох випадках, за допомогою введених понять переносної і коріолісової сил інерції, другий закон Ньютона в неінерціальній системі відліку формулюється в тій же формі, що й у інерціальній, тобто

$$m\bar{a}^r = \bar{F} + \bar{N} + \bar{N}^e + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^e + \bar{F}^{Cor}. \qquad (2.16a)$$

$$m\bar{a}^r = \bar{F} + \bar{N} + \bar{J}^e + \bar{J}^{Cor},$$
$$\bar{J}^e = -m\bar{a}^e, \quad \bar{J}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor} \tag{2.16b}$$

Нехай, наприклад, трубка обертається в інерціальній системі відліку із постійною кутовою швидкістю ω – рис.2.

Зв'яжемо з цією трубкою систему відліку $Oxyz$. Тоді частинка A, що знаходиться в стані спокою в обраної інерціальної системи відліку, у русі системи відліку $Oxyz$ участі не приймає, але відносно неї вона рухається рівномірно по колу в напрямку, протилежному обертанню трубки. Модулі відносної, переносної і коріолісової псевдосил інерції цієї частинки відповідно рівні:

$$J^r = m\omega^2 l; \tag{2.17}$$

$$J^e = m\omega^2 l; \tag{2.18}$$

$$J^{Cor} = 2m\omega^2 l, \tag{2.19}$$

де l – відстань частинки A до осі обертання трубки. Ці псевдосили інерції цілком обумовлені кінематичним ефектом (обертанням системи координат $Oxyz$), тому як фізичні сили, тобто як сили взаємодії з іншими тілами, вони не проявляються. При цьому

$$\bar{J} = \bar{J}^r + \bar{J}^e + \bar{J}^{Cor} = 0. \tag{2.20}$$

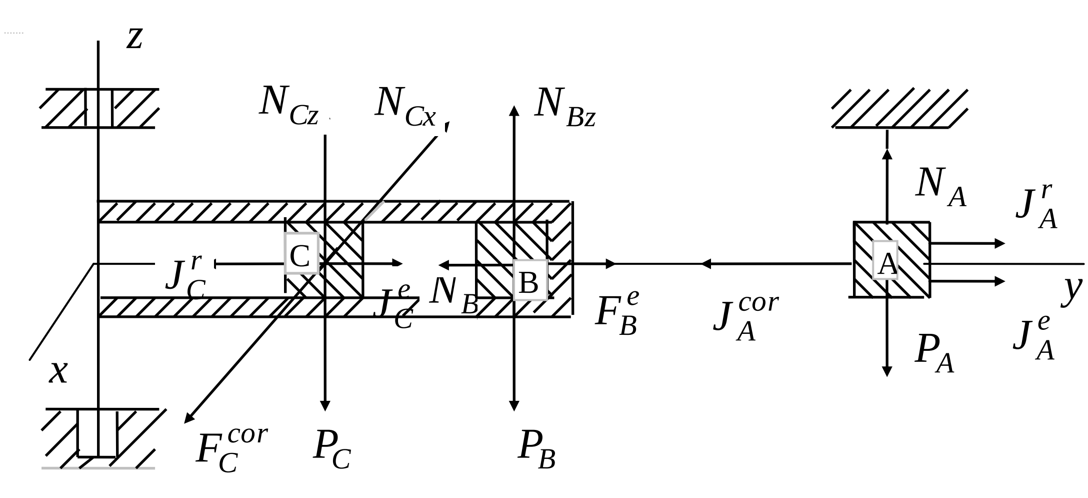

Рис. 2. Сили інерції в неінерціальних системах відліку

Розглянемо інші випадки.

Частинка В в системі відліку *Oxyz* не рухається, тому:

$$v^r = a^r = a^{Cor} = 0 \tag{2.21}$$

отже,

$$F^r = F^{Cor} = 0, \tag{2.22}$$

і тоді, відповідно до (2.15)

$$\overline{F}^{in} = \overline{F}^{e}. \tag{2.23}$$

Тобто, при відносному спокої частинки в неінерціальній системі відліку її переносна сила інерції є одночасно і даламберовою силою інерції. Тому ця сила інерції обумовлена взаємодією частинки з фоновим полем, виявляється вона як фізична сила, у даному прикладі – як сила, з якою частинка B тисне на дно трубки, і цю силу треба враховувати при інженерних розрахунках.

Нарешті, розглянемо матеріальну точку C. Так як в напрямку осі x частинка C знаходиться у відносному спокої, то

$$\overline{F}_C^{Cor} = -\overline{N}_{Cx}. \tag{2.24}$$

Під дією сили реакції трубки $\overline{N}_{Cx}$ матеріальна частинка рухається прискорено в інерціальній системі відліку. Тому тут коріолісова сила інерції $\overline{F}_C^{Cor}$ прикладена до самої матеріальної точки C і є результатом її взаємодії з фоновим полем. Виявляється ж вона як фізична сила тиску даної частинки на стінку трубки.

У напрямку переносного і відносного прискорень частинка C не взаємодіє з трубкою; тому поява відповідних переносної і відносної сил інерції є кінематичний ефект, обумовлений обертанням трубки та інертністю матеріальної частинки, тобто, її властивістю зберігати в ″абсолютному просторі″ свою швидкість за величиною та напрямком.

Звернемо увагу на те, що в кожному випадку система сил, що розглядається, врівноважена незалежно від природи цих сил, тобто, чи вони є кінематичними, чи динамічними, а також незалежно від того, чи ця частинка є в абсолютному (А) чи відносному (B) спокої, або в абсолютному і відносному рухах (C). Дійсно:

частинка A

$$\overline{P}_A + \overline{N}_A + \overline{J}_A^r + \overline{J}_A^e + \overline{J}_A^{Cor} = 0; \tag{2.25}$$

частинка B:

$$\overline{P}_B + \overline{N}_{Bz} + \overline{N}_{By} + \overline{F}_B^e = 0; \tag{2.26}$$

частинка C

$$\overline{P}_C + \overline{N}_{Cx} + \overline{N}_{Cz} + \overline{J}_C^r + \overline{J}_C^e + \overline{F}_C^{Cor} = 0. \tag{2.27}$$

Розглянемо тепер з цих позицій механізм виникнення змушеної прецесії гіроскопа і гіроскопічного моменту – рис.3.

Нехай ротор гіроскопа обертається з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_0$, а до його осі прикладена пара зовнішніх сил $\overline{F}, \overline{F}'$ з вектором-моментом $\overline{M}$. Пара сил $\overline{F}, \overline{F}'$ примусить обертатися ротор з кутовою швидкістю ω. Це приведе до появи системи пар коріолісових сил інерції його частинок з головним вектором-моментом $\overline{M}^{in}$ (гіроскопічний момент). Якщо в напрямку дії цих пар коріолісових сил інерції з головним моментом $\overline{M}^{in}$ обертанню осі ротора нічого не заважає, то виникне його прецесія з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$, яка є таким же кінематичним ефектом, як і рух частинки C уздовж трубки в попередньому прикладі.

Розглядаючи в такому випадку рух частинок ротора знову-таки як складний – з переносною кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$ і відносною (в обертанні ротора) кутовою швидкістю $\overline{\omega}_0$, знайдемо, що на ротор буде діяти інша система пар коріолісових сил інерції з головним моментом $\overline{M}_1^{in}$. Так як в напрямку останнього моменту ротор взаємодіє з опорними підшипниками, то цей момент обумовлений взаємодією частинок з фоновим полем і проявляється він як пара гіроскопічних сил реакцій $\overline{N}, \overline{N}'$, прикладених з боку ротора до опор. Ця пара сил протидіє парі $\overline{F}, \overline{F}'$ вихідних зовнішніх сил, відповідно до третього закону Ньютона та намагається обертати ротор гіроскопа з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$. Тоді у складному русі ротора з переносною кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$ та відносною $\overline{\omega}_0$ виникає система пар коріолісових сил інерції з головним моментом $\overline{M}_2^{in}$. У підсумку маємо знову-таки врівноважену систему пар сил і згідно з принципом Д'Аламбера

$$\overline{M} + \overline{M}^{in} + \overline{M}_1^{in} + \overline{M}_2^{in} = 0. \qquad (2.28)$$

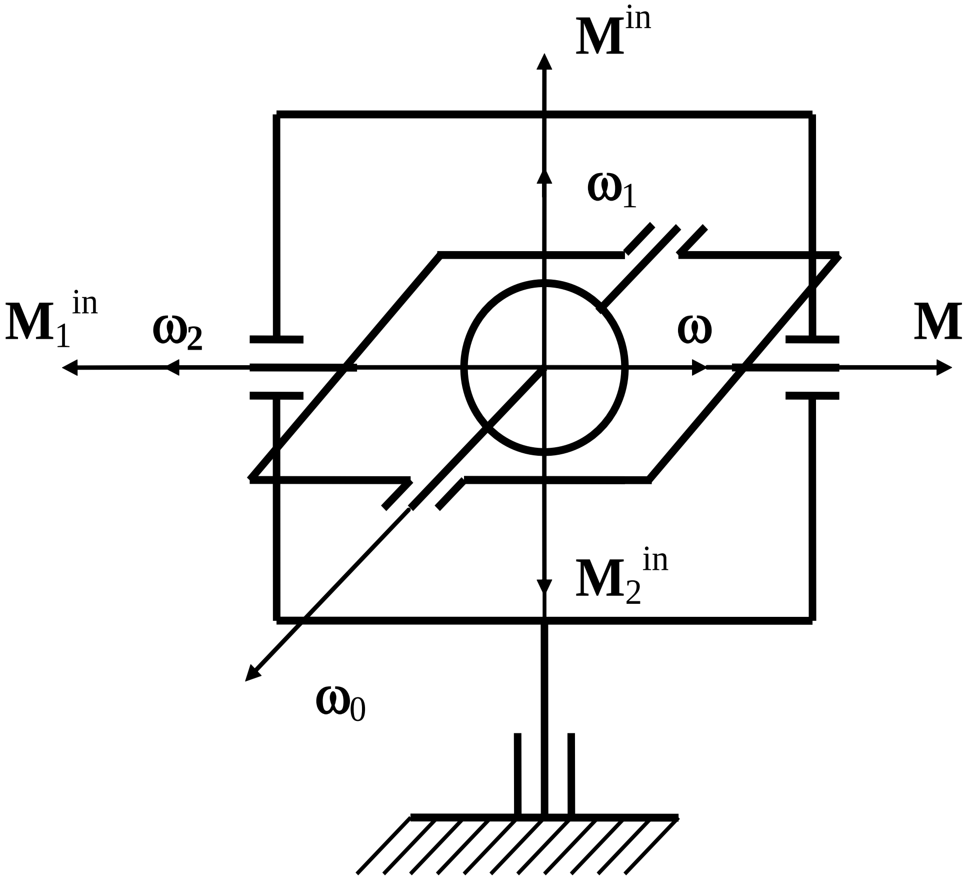

Рис.3. Механізм виникнення прецесії гіроскопа
з трьома степенями вільності

У результаті такого механізму взаємодії, обертання ротора в напрямку дії пари сил $\overline{F}, \overline{F}'$ спостерігатися не буде, але буде спостерігатися його прецесія у такому напрямку, щоб вектор $\overline{\omega}_0$ (вісь власного обертання ротора) найкоротшим шляхом збігався з вектором $\overline{\omega}$ (зовнішнім вектор-моментом $\overline{M}$).

Отже, якщо Д'аламберова сила інерції в інерціальных системах відліку завжди є силою фізичною, тобто динамічною, що виникає внаслідок взаємодії матеріальної частинки, що рухається з прискоренням в інерціальній системі відліку, з фоновим полем, то в неінерціальних системах відліку сили інерції можуть бути як динамічними, так і кінематичними, тобто – псевдосилами.

Розділ III.
ВЗАЄМОДІЯ ЗАРЯДІВ, ЯКІ ВЗАЄМНО ПРИТЯГУЮТЬСЯ АБО ВІДШТОВХУЮТЬСЯ

Другий закон Ньютона у гравітаційному полі у формі закону Ома

Відомо, що закон Кулона в електростатиці для вакууму

$$F_e = q_1 q_2 \Big/ 4\pi\varepsilon_0 r^2 \tag{3.1}$$

формулюється в тій же формі, що й закон всесвітнього тяжіння Ньютона в гравітостатиці

$$F_m = m_1 m_2 \Big/ 4\pi\gamma_0 r^2 \tag{3.2}$$

тобто, *величина сили, з якою взаємодіють два електричних або гравітаційних заряди, пропорціональна добутку цих зарядів та зворотно пропорціональна квадрату відстані між ними.* В цих формулах ε_0 та γ_0 є, відповідно, електрична та гравітаційна сталі і введене поняття гравітаційного заряду m як синоніма гравітаційної маси.

Продовжимо цю аналогію та покажемо, що другий закон Ньютона, сформульований для матеріальної частинки відносно інерціальної системи відліку,

$$\frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \bar{F} \tag{3.3}$$

в гравітаційному полі також можна сформулювати у формі закону Ома для струму матеріальних частинок, знову-таки відносно інерціальної системи відліку.

Введемо поняття гравітаційної сили струму I, яка аналогічна електричній силі струму, тобто гравітаційна сила струму є величина гравітаційного заряду (маса), що протікає за одиницю часу крізь поперечний переріз умовного гравітаційного провідника

$$I = vsnm, \tag{3.4}$$

Де v – величина середньої швидкості руху гравітаційних частинок уздовж провідника; s – величина площини поперечного перерізу провідника; n – об′ємна щільність гравітаційних частинок, що рухаються у провіднику; m – гравітаційній заряд (маса) частинки.

Розглянемо тепер відрізок циліндричного провідника довжиною l. Якщо τ є середній час руху заряду між двома послідовними зіткненнями в його хаотичному русі, а H є величина проекції на вісь провідника вектора напруги гравітаційного поля, в якому знаходиться провідник, то відповідно до другого закону Ньютона, маємо

$$\int_0^v d(mv) = \int_0^\tau mHdt\,. \tag{3.5}$$

Розглянемо той випадок, коли $m = const$, $H = const$. Після інтегрування знаходимо

$$mv = mH\tau\,. \tag{3.6}$$

Якщо помножити ліву та праву частини останньої рівності на lsn, тобто підсумувати останню рівність по всій довжині провідника, то отримаємо

$$lsnmv = lsnmH\tau \tag{3.7}$$

Добуток Hl є робота гравітаційного поля по переміщенню матеріальної частинки уздовж провідника і, за аналогією з відповідною електричною величиною, назвемо цю роботу падінням напруги на довжині провідника, або просто напругою. Тоді, з прийняттям до уваги (3.4), рівняння (3.7) приймає вигляд

$$I = mn\tau sU/l \tag{3.8}$$

Позначимо

$$R = \rho l/s, \quad де \quad \rho = 1/mn\tau \tag{3.9}$$

і назвемо величину R – опором провідника та ρ – питомим опором цього провідника. Тоді отримаємо, що, дійсно, другий закон Ньютона в гравітаційному полі можна сформулювати в формі закону Ома

$$I = U/R \tag{3.10}$$

Таким чином, закон всесвітнього тяжіння та другий закон Ньютона в класичній механіці відіграють ту ж роль, що і закон Кулона та закон Ома в класичній теорії електрики. Покажемо, що аналогія між електричними та гравітаційними явищами може бути продовжена. Для цього розглянемо взаємодію двох замкнених контурів з гравітаційними струмами.

Взаємодія двох контурів з гравітаційними струмами

Розглянемо з позиції принципу Д'Аламбера механізм взаємодії двох замкнених кругових контурів (кілець) з гравітаційними струмами I та I' в інерціальній системі відліку**.** Ці струми можуть утворюватися течією рідини або газу уздовж трубок або обертанням твердого кільця – рис. 4.

Вважаємо, що контур 2 залишається нерухомим, а контур 1 може здійснювати сферичний рух навколо свого центра мас. Площини цих контурів розташовані під довільним кутом α.

Гравітаційні частинки, що циркулюють в контурі 1, створюють ротор гіроскопа, який обертається з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_0$. Це кільце гравітаційними зарядами, що циркулюють в контурі 2, примушується прецесувати з деяким моментом $\overline{M}^e$. Ця прецесія обумовлена тим, що швидкість розповсюдження гравітаційних взаємодій (так як і електричних взаємодій) є скінченна величина, внаслідок чого поле заряду стискується в напрямку його руху. В такому випадку, кожні дві матеріальні частинки, що рухаються в одному напрямку та симетрично розташовані в дану мить відносно довільної частинки, яка рухається їм навперехрест, діють на цю останню частинку несиметричними зусиллями. (Дивись, наприклад, [15. С. 165 - 196]). В підсумку і виникає названий момент $\overline{M}^e$.

Під дією моменту $\overline{M}^{e}$ контур 1 повинен обертатися з кутовою швидкістю $\overline{\omega}$. Внаслідок цього переносного обертання контура 1 та відносного руху матеріальних частинок уздовж нього із швидкістю $\overline{v}$, виникнуть коріолісові сили інерції

$$\overline{F}^{Cor} = -2m\overline{\omega} \times \overline{v} \tag{3.11}$$

Коріолісові сили інерції, що діють на досить малий елемент довжини Δl контура, в сумі дорівнюють

$$\Delta\overline{F}^{Cor} = \Delta lsn\overline{F}^{c}, \tag{3.12}$$

або, приймаючи до уваги до (3.11),

$$\Delta\overline{F}^{Cor} = -2\Delta l\overline{\omega} \times \bar{I}\,, \tag{3.13}$$

де вектор струму

$$\bar{I} = snm\bar{v} \tag{3.14}$$

Тут, як і раніше, позначено: $\bar{v}$ – величина середньої швидкості руху гравітаційних частинок уздовж контура; s – величина площини поперечного перерізу контура; n – об′ємна щільність гравітаційних частинок, що рухаються; m – гравітаційній заряд (маса) частинки.

В сукупності, сили інерції матеріальних частинок всього контура 1 утворюють гіроскопічний момент

$$\overline{M}^{g} = J_{O}\overline{\omega}_{0} \times \overline{\omega}, \tag{3.15}$$

де момент інерції кільця дорівнює

$$J_{0} = MR^{2}, \tag{3.16}$$

Тут R, M, – відповідно, радіус та маса кільця 1

$$M = 2\pi Rsnm. \tag{3.17}$$

Так як величина кутової швидкості обертання кільця 1 дорівнює

$$\omega_{0} = v/R \tag{3.18}$$

то після підставлення (3.16)-(3.18) в (3.15) та з прийнятттям до уваги (3.14) , знаходимо

$$M^g = 2\omega IS \sin\alpha, \tag{3.19}$$

де S - площа, що охоплюється контуром 1, $S = \pi R^2$.

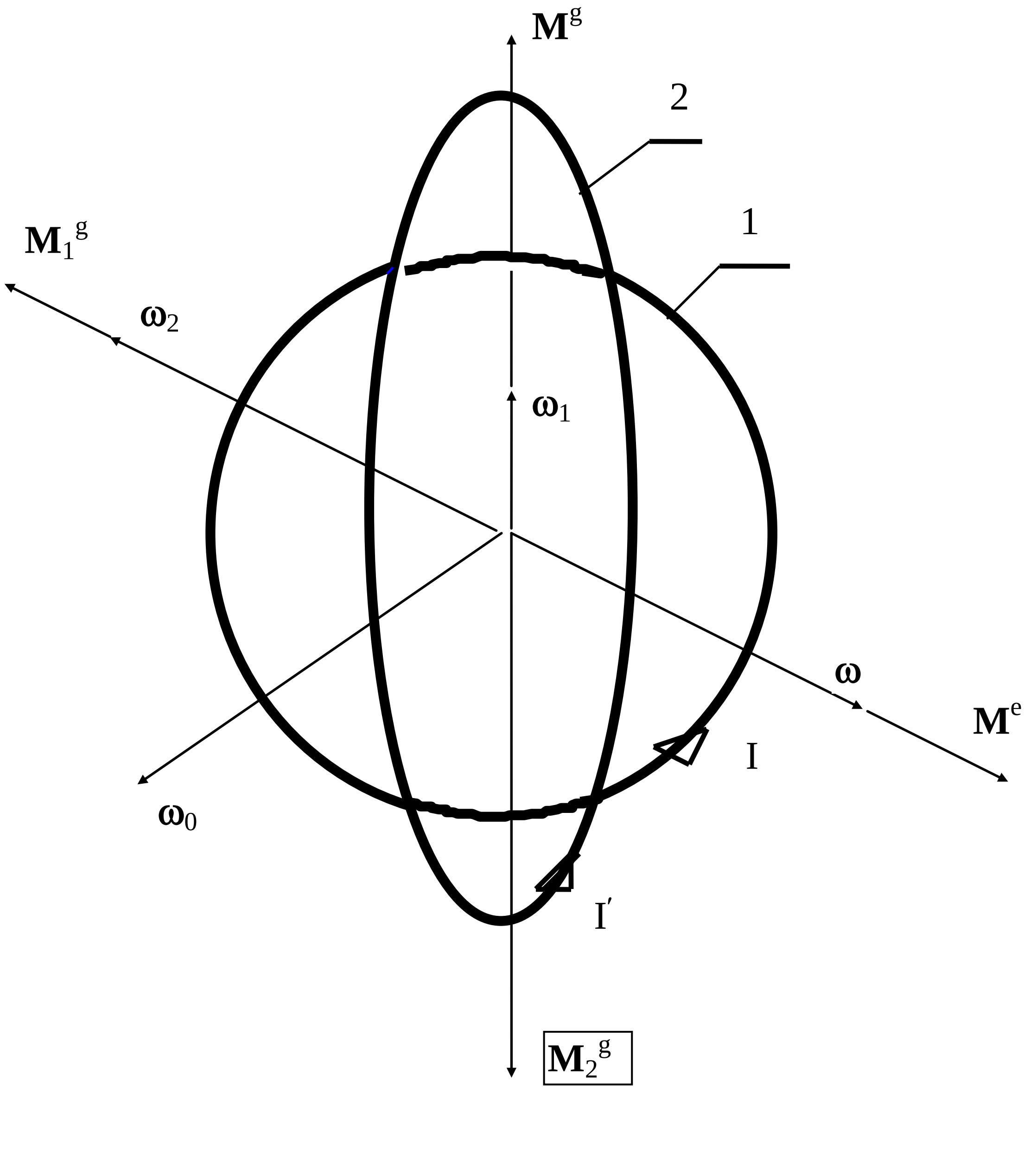

Рис. 4. Взаємодія контурів із струмами

В напрямку дії гіроскопічного моменту $\overline{M}^g$ контур 1 буде пре-цесувати з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$. Внаслідок цього переносно-го обертання контура 1 та відносного руху матеріальних частинок уздовж нього із швидкістю $\overline{v}$ виникнуть коріолісові сили інерції

$$\overline{F}_1^{Cor} = -2m\overline{\omega}_1 \times \overline{v}, \tag{3.20}$$

які у сукупності утворюють гіроскопічний момент

$$\overline{M}_1^g = J_O \overline{\omega}_0 \times \overline{\omega}_1. \tag{3.21}$$

Цей момент, згідно з принципом Д’Аламбера, і врівноважує в цю мить зовнішній момент, тобто

$$\overline{M}^e + \overline{M}_1^g = 0. \tag{3.22}$$

В цю ж саму мить, внаслідок прецесії контура 1 з переносною кутовою швидкістю $\overline{\omega}_2$ (в напрямку дії моменту $\overline{M}_1^g$) та відносного руху матеріальних частинок уздовж нього із швидкістю $\overline{v}$, виникнуть коріолісові сили інерції

$$\overline{F}_2^{Cor} = -2m\overline{\omega}_2 \times \overline{v}, \tag{3.23}$$

які в сукупності утворять гіроскопічний момент

$$\overline{M}_2^g = J_0 \overline{\omega}_0 \times \overline{\omega}_2, \tag{3.24}$$

що врівноважить в цю мить момент $\overline{M}^g$, тобто

$$\overline{M}^g + \overline{M}_2^g = 0. \tag{3.25}$$

Але миттєва рівновага (3.22) та (3.25), згідно з діалектикою принципу Д’Аламбера, змінюється на неврівноваженість внаслідок дії на контур 1 зовнішнього моменту $\overline{M}^e$ і все починається знову. В результаті маємо замкнену систему, що стежить сама за собою, структурна схема якої відображена на рис. 5.

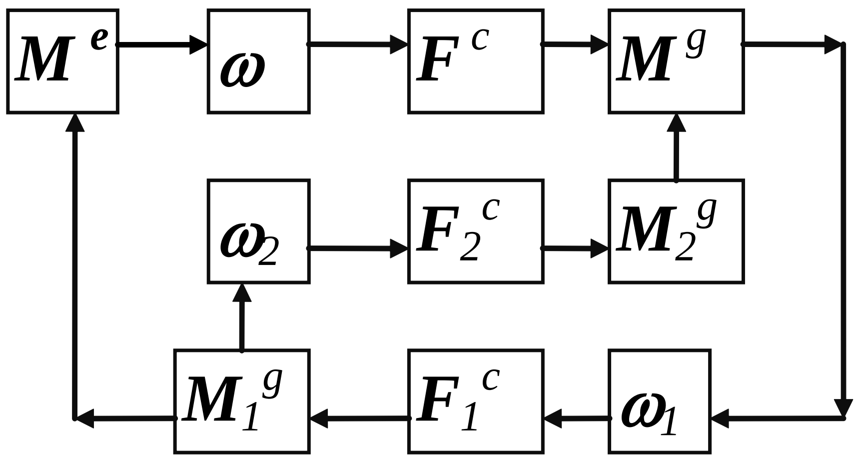

Рис. 5 Структурна схема механізму взаємодії замкнених контурів із струмами

В цій системі в кожну мить значення сигналу на виході $\overline{M}_1^g$ підтримується близьким до вхідного сигналу $\overline{M}^e$, тобто забезпечується достатньо мала розбіжність цих сигналів. Оскільки ця розбіжність є миттєва, то в підсумку ми спостерігаємо безперервну прецесію ротора гіроскопа (кільця) 1 з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$ та відсутність руху в напрямку дії моменту $\overline{M}^e$. Підкреслимо, що, оскільки в напрямку обертання з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$ зовнішні сили не діють, то це обертання є цілком кінематичний ефект.

Таким же чином виявляється необхідність появи струму в замкненому контурі в оберненому випадку. Розглянемо ті ж два контури. Але цього разу нехай заряди в контурі 1 залишаються спочатку нерухомими. Прикладемо тепер до цього контура 1 зовнішній момент такого напрямку, щоб під його дією контур 1 прецесував з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$ – рис.4. В такому випадку кожний із зарядів контура 1 створює кільцевий конвективний струм, який буде взаємодіяти з зарядами струму нерухомого контура 2. Внаслідок цієї взаємодії кільце 1 буде прецесувати з кутовою швидкістю $\overline{\omega}$. Наявність руху матеріальних частинок контура 1 в його відносному обертанні з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1$ та переносному обертанні з кутовою швидкістю $\overline{\omega}$ викличе появу коріолісових сил інерції, в напрямку яких частинки будуть рухатися вздовж контуру, створюючи струм *I*. Величина та напрямок цього струму повинні бути такими, щоб виник гіроскопічний момент, який би протидіяв зовнішньому моменту, згідно з принципом Д'Аламбера.

Позначимо

$$\overline{G} = 2\overline{\omega} \tag{3.26}$$

Тоді формули (3.11), (3.12), (3.19) набудуть вигляду:

$$\overline{F}^{Cor} = m\overline{v} \times \overline{G}\,; \tag{3.27}$$

$$\Delta\overline{F}^{Cor} = \Delta l\overline{I} \times \overline{G}\,; \tag{3.28}$$

$$M^g = G\,I\,S\sin\alpha \tag{3.29}$$

Взаємодія двох контурів з електричними струмами

Механізм взаємодії замкнених контурів залишиться тим же, якщо уздовж них будуть рухатися не гравітаційні, а електричні заряди. В цьому випадку електричний струм дається тим же виразом (3.14)

$$\overline{I} = snq\overline{v}, \tag{3.30}$$

де $\overline{v}$ – середня швидкість руху електричних зарядів уздовж контура; s - величина площини поперечного перерізу контуру; n – об′ємна щільність електричних зарядів, що рухаються; q –

величина електричного заряду частинки. Тоді формули (3.27) - (3.29) набувають вигляду:

$$\overline{F}^{Cor} = q\overline{v} \times \overline{B}\,; \qquad 3.31$$

$$\Delta\overline{F}^{Cor} = \Delta l\overline{I} \times \overline{B}\,; \qquad (3.32)$$

$$M^{g} = B\,I\,\mathrm{S}\sin\alpha\,, \qquad (3.33)$$

де позначено

$$\overline{B} = 2\frac{m}{q}\overline{\varpi}_q\,. \qquad (3.34)$$

Тут $\overline{\varpi}_q$ – кутова швидкість прецесії контуру 1, природа виникнення якої при взаємодії електричних струмів є та ж, що й кутової швидкості $\overline{\varpi}$ при взаємодії гравітаційних струмів.

У виразеннях (3.31) - (3.33) ми пізнаємо відомі в класичній електродинаміці формули: магнітної частини сили Лоренца (3.31); закону Ампера щодо сили, яка діє на елемент струму в магнітному полі (3.32) та обертального моменту, що діє на замкнений контур з струмом в магнітному полі, (3.33). Отже, вектор $\overline{B}$ в цих формулах є вектор магнітної індукції.

У зв’язку з повною аналогією формул (3.27)-(3.29) з формулами (3.31)-(3.33) є сенс назвати вектор $\overline{G}$ вектором гіроскопічної індукції.

Фізичний зміст вектора $\overline{G}$ *зрозуміло із формули (3.26) – це є подвійне значення кутової швидкості, з якою в даній точці гравітаційного поля примушується прецесувати ротор пробного (в границі – точкового) гіроскопа*. Як виявляється з формули (3.34), з кутовою швидкістю прецесії точкового гіроскопу пов’язаний і фізичний зміст вектора магнітної індукції $\overline{B}$. Поява ж як вектора гіроскопічної індукції $\overline{G}$, так і вектора магнітної індукції $\overline{B}$ цілком зв’язана зі скінченим значенням швидкості розповсюдження відповідно гравітаційних та електричних взаємодій, тобто запізненням гравітаційного або електричного сигналу від його джерела (що рухається) до тієї точки простору, в якій вектори $\overline{G}$ або $\overline{B}$ визначаються.

Явищ, подібних магнітним взаємодіям, в природі не існувало б, якщо б швидкість розповсюдження взаємодій була б необмеженою, тобто – нескінченно великою.

Зауважимо, що опис запізнюючих взаємодій за допомогою векторів, подібних магнітній індукції, не є єдино можливим способом їх вивчення та опису. Але такий шлях є історично обумовленим і виявився він надзвичайно плідним, тому відмовлятися від нього немає сенсу.

Взаємодія двох контурів, в яких одночасно існують електричні та гравітаційні струми.

Якщо підставити значення $\overline{B}$ (3.34) в формулу (3.31), то отримаємо

$$\overline{F}^{Cor} = 2m\overline{v} \times \overline{\omega}_q . \qquad (3.35)$$

Матеріальна частинка, яка є носієм електричного заряду, завжди має масу. В цьому випадку, в контурах з електричними струмами завжди є й струми гравітаційні, тому слід приймати до уваги підсумкову прецесію контуру 1

$$\overline{\omega} = \overline{\omega}_q + \overline{\omega}_m , \qquad (3.36)$$

а також підсумкову силу інерції Коріоліса, згідно з (3.11) та (3.35)

$$\overline{F}^{Cor} = 2m\overline{v} \times (\overline{\omega}_q + \overline{\omega}_m) \qquad (3.37)$$

або

$$\overline{F}^{Cor} = m\overline{v} \times (\overline{G} + \frac{q}{m}\overline{B}), \qquad (3.38)$$

або

$$\overline{F}^{Cor} = q\overline{v} \times (\overline{B} + \frac{m}{q}\overline{G}). \qquad (3.39)$$

Таким чином, ми ніколи не маємо справу лише з вектором магнітної індукції (3.34), тому що його завжди супроводжує вектор гіроскопічної індукції (3.26). Якщо ми маємо справу з струмом провідності, коли носіями електричного заряду є електрони, маса яких дуже мала, то $\omega_q » \omega_m$. В такому разі вектором гіроскопічної індукції ми можемо нехтувати та приймати до уваги лише вектор магнітної індукції. Але в деяких випадках конвективного струму порядок величини кутової швидкості ω_m може бути таким же, як і ω_q. Тоді нехтувати вектором гіроскопічної індукції $\overline{G}$ ми не можемо, але ж проявляється він лише одночасно з вектором магнітної індукції згідно з (3.37)-(3.39). З цим пов'язане загадкове для сучасних наукових теорій явище, коли здається, що вектор магнітної індукції породжується рухом електрично-нейтральних мас [2] та ін. *"Земля та Сонце мають магнітні поля, орієнтація та полярність яких приблизно обумовлюються напрямком обертання цих небесних тіл. Згідно з теорією Максвелла, ці поля могли б виникнути завдяки електричним струмам, що течуть навколо осей обертання небесних тіл протилежно обертанню. Сонячні плями, які з добрим наближенням можна вважати вихорами, також володіють аналогічними дуже сильними полями. Однак, навряд чи можна думати, що у всіх цих випадках дійсно існують електричні струми провідності чи конвекційні струми достатньої сили.* ***Швидше схоже на те, нібито магнітні поля виникають при обертальному русі нейтральних мас.*** *Подібне породження полів не можуть передбачати ні теорія Максвелла в її початковому вигляді, ні теорія Максвелла узагальнена в розумінні загальної теорії відносності"*. [36, т.2. С. 159]. Однак, цей здогад Ейнштейна не отримав подальшого розвитку, а офіційною наукою він був відхилений (дивись, наприклад, редакційну примітку на тій же сторінці, що й цитоване тут висловлювання Ейнштейна).

Існуванням $\overline{G}$ - поля можна також пояснити загадкові явища, що пов'язані з смерчами, коли величезні маси стають невагомими та переносяться на велику відстань без будь-якого їх порушення. В цих випадках слід приймати до уваги можливість посилення $\overline{G}$ - поля в середовищах подібно тому, як в феромагнітних середовищах посилюється зовнішнє магнітне поле. Механізм цього посилення в обох випадках однаковий: магнітне поле $\overline{B}$ в середовищах посилюється завдяки переорієнтації елементарних магнітних моментів електричних зарядів в напрямку зовнішнього (початкового) магнітного поля; гіроскопічне поле $\overline{G}$ в середовищах посилюється завдяки переорієнтації елементарних механічних (кінетичних) моментів гравітаційних зарядів (мас) в напрямку зовнішнього (початкового) гіроскопічного поля.

Висновки щодо аналогії взаємодії контурів із струмами

Отже, *залишаючись цілком в рамках класичної механіки,* ми виявили, як гравітаційний струм утворює гіроскопічне поле, а електричний струм – магнітне поле, а також, як з′являється гравітаційний струм в замкненому контурі, що рухається в $\overline{G}$ - полі або електричний струм в контурі, що рухається в $\overline{B}$ - полі.

Таким чином, взаємодія гравітаційних зарядів нічим не відрізняється від взаємодії зарядів електричних, тому гравітаційне поле можна характеризувати вектором напруги $\overline{H}$ і вектором гіроскопічної індукції $\overline{G}$ подібно тому, як електромагнітне поле характеризується вектором напруги $\overline{E}$ та вектором магнітної індукції $\overline{B}$. В цій аналогії немає ніякого дива, тому що природа не має ніякого відношення до тої назви, що ми дали зарядам – електричні чи гравітаційні, додатні чи від′ємні, скляні чи смоляні. ***Природа лише має справу з зарядами, що притягуються один до одного або відштовхуються один від одного і мають скінчену швидкість розповсюдження взаємодії***.

Взагалі, ми встановили, що для гравітаційного, а точніше - гравітогіроскопичного поля $\overline{H}\overline{G}$ існують ті ж факти, що й для електромагнітного поля $\overline{E}\overline{B}$, на базі яких Максвелл обгрунтовав свої знамениті електродинамічні рівняння, а саме:

а) Закон Кулона в електростатиці (3.1) має свого аналога в гравітостатиці, а саме, закон всесвітнього тяжіння Ньютона (3.2);

б) Закон Ома в електродинаміці має свого аналога в гравітодинаміці, а саме – другий закон Ньютона (3.10) для руху струму матеріальних частинок у гравітаційному полі.

в) Сила Лоренц (3.31), яка діє на електричний заряд при взаємодії двох замкнених електричних контурів, що рухаються в інерціальній системі відліку, має свого аналога – силу інерції Корілоіса (3.27), яка діє на гравітаційний заряд (масу) при взаємодії двох замкнених гравітаційних контурів, що рухаються також в інерціальній системі відліку.

г) Закон Ампера (3.32) щодо сили, яка діє на елемент електричного струму в магнітному полі має свого аналога (3.28) щодо сили, яка діє на елемент гравітаційного струму в гіроскопічному полі.

д) Обертальний момент (3.33), що діє на замкнений контур з електричним струмом в магнітному полі має свого аналога (3.29) щодо обертального моменту, який діє на замкнений контур з гравітаційним струмом у гіроскопічному полі.

е) Індукція електричного току в замкненому рухаючому контурі з електричними зарядами в магнітному полі – індукція гравітаційного току в замкненому рухаючому контурі з гравітаційними зарядами у гіроскопічному полі

Таким чином, ми маємо всі підстави, для продовження цієї аналогії та обґрунтування гравітодинамічних рівнянь постньютоновської теорії гравітації у формі електродинамічних рівнянь Максвелла.

Розділ IY.
ПОСТНЬЮТОНІВСЬКА ТЕОРІЯ ГРАВІТАЦІЇ

Чому нас не задовольняє теорія гравітації Ейнштейна?

Вище ми показали, що в фундамент як спеціальної, так і загальної теорій відносності Ейнштейн заклав зовсім не ті принципи, що він вважав.

Ейнштейн вважав, що в фундамент його спеціальної теорії відносності закладені: а) принцип відносності Галілея-Ньютона, поширений на електродинамічні, і взагалі, на всі фізичні процеси; б) принцип сталості швидкості світла у всіх інерціальних системах відліку незалежно від руху його джерела. Перевірка ж виявила, що спеціальна теорія відносності Ейнштейна базується лише на одній формально-математичній вимозі – запису рівнянь електродинаміки і, взагалі, всіх фізичних процесів, у формі, інваріантній відносно перетворень Лоренца. Це змушений був визнати й сам Ейнштейн: "*Весь зміст спеціальної теорії відносності міститься в постулаті: закони природи інваріантні щодо перетворень Лоренца"* [36, т.2. С. 753].

Ейнштейн вважав, що в фундамент його загальної теорії відносності закладено два наріжних камені: загальний принцип відносності та принцип еквівалентності. Перевірка ж виявила, що загальна теорія відносності Ейнштейна базується лише на одній формально-математичній вимозі запису рівнянь гравітодинаміки і, взагалі, всіх фізичних процесів, у формі, коваріантній відносно довільних перетворень систем відліку. Це змушений був визнати і сам Ейнштейн: "*Вона* (*ЗТВ* - А. П.) *являє собою чисто формальну точку зору, а не якуяку-небудь визначену гіпотезу про природу. Тому що будь-яку систему законів, що взагалі має зміст, можна виразити в загальноковаріантному вигляді"* [36, т.2. С. 344].

Помилка Ейнштейна щодо спеціальної теорії відносності не відкидає цю теорію, а лише відкидає всі ті відомі парадокси, які зв'язані з тлумаченням цієї теорії Ейнштейном. Ці парадокси є наслідок помилкового тлумачення Ейнштейном простору та часу. Ейнштейн вважав, що в кожній з фізичних лабораторій (пов'язаних з ними інерціальних системах відліку), які рухаються одна відносно одної поступально, рівномірно та прямолінійно, дійсно відбувається скорочення довжини та сповільнення часу, як це витікає з перетворень Лоренца. Але це є лише кінематичний ефект, обумовлений взаємним рухом цих систем відліку та скінченністю швидкості розповсюдження електромагнітних, гравітаційних, а взагалі, й будь-яких сигналів, за допомогою яких довжина одного й того ж відрізка та один і той же інтервал часу вимірюються.

Спеціальна теорія відносності, незважаючи на помилки Ейнштейна щодо її вихідних принципів, залишається робочою фізичною теорією за двома причинами. По-перше, вона базується на рівняннях Максвелла, узагальнюючих всі відомі експериментальні факти електромагнітних явищ. (Відомо, що ніяких змін в цих рівняннях після появи теорії Ейнштейна не відбулося). По-друге, по суті, в спеціальній теорії відносності Ейнштейна розв’язана така задача. *Закон Кулона дозволяє знайти стаціонарне поле електричного заряду в тій інерціальній системі відліку, в якій цей заряд знаходиться в стані спокою. Виникає запитання: як, приймаючи до уваги скінчену швидкість розповсюдження електромагнітних взаємодій, описати це поле в інших інерціальних системах відліку, що рухаються відносно першої поступально, рівномірно та прямолінійно?* Тобто, треба знайти перетворення просторово-часових координат для переліку цього явища від однієї інерціальної системи відліку до іншої, при скінченої швидкості розповсюдження електромагнітного поля. Це є, по суті, відома в математичній фізиці задача в запізнюючих потенціалах, яка вперше була розв’язана ще О. Хевісайдом [40]. Детальне дослідження в цій галузі за останній час дано в роботах проф. О. Д. Єфименка [38], [39]. Виявляється, що згадані перетворення є перетвореннями Лоренца, тобто перетвореннями, що залишають інваріантними рівняння розповсюдження фронту світла щодо інерціальних систем відліку. Ця ж інваріантність і є вихідним принципом спеціальної теорії відносності Ейнштейна. *Наслідком запізнюючих взаємодій і є те, що одна й та ж довжина відрізку та один і той же інтервал часу спостерігаються з кожної інерціальної системи відліку не однаково, що знаходиться в повній відповідності з кінематичним принципом відносності.*

Таким чином, *формально-математична вимога Ейнштейна запису рівнянь фізичних процесів в інваріантній формі щодо перетворень Лоренца наповнюється фізичним змістом остільки, оскільки це є перетворення рівнянь руху в запізнюючих взаємодіях.*

А щодо вимоги Ейнштейна коваріантності формулювань законів природи в системах відліку, що довільно рухаються одна відносно одної, то на жаль, ніякого фізичного змісту в цьому не міститься. Але загальна теорія відносності це і є теорія гравітації Ейнштейна, в підвалинах якої не закладено жодного експериментального факту. Як наслідок, ми вимушені визнати, що протягом більш, ніж три чверті століття свого існування теорія гравітації Ейнштейна не тільки не знайшла практичного застосування в техніці та не привела до будь-яких змін в технології, але й не пояснила тих питань, на які не змогла відповісти теорія гравітації Ньютона. Наприклад, який механізм утворення дискретних структур типу кілець Сатурна? Чому кульове утворення після вибуху зірки за часом перетворюється в закручені дископодібні формування типу Сонячної системи, Галактики, груп Галактик і т. д.? Чим обумовлена існуюча взаємна орієнтація осей та напрямок обертання планет навколо Сонця? Який існує механізм перерозподілу кінетичного моменту між планетами та Сонцем у процесі еволюції Сонячної системи? І так далі.

Необхідно також звернути увагу на те, що кінематична теорія гравітації Птоломея - Коперника - Кеплера була витіснена динамічною теорією гравітації Ньютона. Але на зміну останній знову прийшла кінематична теорія гравітації Ейнштейна як теорія простору та часу. Ми змушені визнати, що ми щось загубили, не маючи динамічної постньютонівської теорії гравітації.

Постньютонівське гравітаційне поле, лінійне наближення.

Система рівнянь Максвелла описує в деякій інерціальній системі відліку електромагнітне поле, що породжується електричними зарядами, які рухаються відносно цієї системи відліку. Ці рівняння цілком є наслідком ***скінченності швидкості розповсюдження електромагнітного поля***. Тому можна стверджувати, що не тільки електричні, але й гравітаційні поля, якщо вони також поширюються із скінченною швидкістю (та породжуються гравітаційними зарядами при їх русі), можна описати рівняннями у формі Максвелла. Знайдемо ці рівняння.

На аналогію закону Кулона (3.1) в електростатиці та закону всесвітнього тяжіння (3.2) звернули увагу вже давно. Тому після того, як Максвелл створив теорію електродинаміки, відразу ж у вчених виникло бажання продовжити аналогію та за зразком цієї теорії створити й гравітодинаміку. Першим цю спробу зробив сам Максвелл. Але він прийшов до висновку, що при цьому щільність енергії гравітаційного поля приймає від′ємне значення. Але останнє, як помітив Максвелл, не має фізичного змісту. Хевісайд, який дав сучасну форму запису рівнянь електродинаміки Максвелла, записав у цій же формі й рівняння гравітодинаміки [40]. Але на його твори звернули увагу значно пізніше. А далі загальна теорія відносності Ейнштейна, як теорія гравітації, відкинула шлях розвитку теорії гравітації в напрямку Максвелла.

Багато вчених знову і знову поверталась до цієї ідеї – Карстуа [37], Бріллюен [3] та інш. На жаль, при цьому знову таки використовувалась лише формальна аналогія . Її суть така.

Єдиний параметр, який можна взяти зі знаком мінус, щоб одержати закон всесвітнього тяжіння Ньютона (3.2) із закону Кулона (3.1), може бути лише гравітаційний аналог γ_0 електричної сталої ε_0. Оскільки ця стала повинна, згідно з рівняннями Максвелла, задовольняти співвідношенню

$$\gamma_0 g_0 = \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2},$$

де "c" є швидкість поширення світла, то й гравітаційний аналог g_0 магнітної сталої μ_0 також повинен мати знак мінус. Таким чином, рівняння гравітодинаміки в формі Максвелла можна одержати з відповідних рівнянь електродинаміки заміною сталих ε_0 та μ_0 на сталі $-\gamma_0$ та $-g_0$. Але в такому випадку ми знову одержимо негативне значення для щільності енергії поля

$$w_0 = -\frac{1}{2}(\gamma_0 H^2 + \frac{1}{g_0} G^2).$$

і від такої формальної аналогії примушені були відмовитися.

Аналогія в конструюванні фізичних теорій повинна бути фізично змістовною. В нашому випадку мова йде про взаємодію зарядів, які взаємно притягуються або взаємно відштовхуються в фізичних полях, що ці заряди утворюють. В такому разі аналогія буде фізично змістовною, якщо ми розглянемо різні випадки комбінацій таких полів.

Може існувати лише чотири типи фізичних полів, які описуються рівняннями в формі Максвелла. Це такі поля.

Поле I, що утворюється середовищем, об′ємна щільність електричного заряду якого є додатна. Це є рівняння Максвелла:

$$div\overline{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e; \tag{4.1}$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}; \tag{4.2}$$

$$div\overline{B} = 0; \tag{4.3}$$

$$rot\overline{B} = \mu_0(\rho_e \overline{v} + \varepsilon_0 \frac{\partial \overline{E}}{\partial t}). \tag{4.4}$$

Поле II можна утворити з поля I заміною $-\overline{E}$ замість $\overline{E}$ та $-\overline{B}$ замість $\overline{B}$. Це ж саме поле можна утворити заміною $-\rho_e$ в рівняннях поля I замість ρ_e. Останнє дало можливість ввести поняття від′ємного електричного заряду та його поля II.

Поле III можна утворити з поля I заміною $-\overline{E}$ замість $\overline{E}$ та $\overline{B}$ замість $\overline{B}$. Замінимо у цьому випадку $\overline{E}$ на $\overline{H}$ та $\overline{B}$ на $\overline{G}$, тоді одержимо таку систему рівнянь, що описують поле III:

$$div\overline{H} = -\frac{1}{\gamma_0}\rho_m; \quad (4.5)$$

$$rot\overline{H} = \frac{\partial\overline{G}}{\partial t}; \quad (4.6)$$

$$div\overline{G} = 0; \quad (4.7)$$

$$rot\overline{G} = g_0(\rho_m\overline{v} - \gamma_0\frac{\partial\overline{H}}{\partial t}), \quad (4.8)$$

де

$$\gamma_0 g_0 = \varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}, \quad (4.9)$$

тут "c" є швидкість поширення гравітаційних хвиль, яку приймають такою, що дорівнює швидкості поширення світла.

Поле IY можна утворити з поля I заміною $\overline{H}$ замість $\overline{E}$ та $-\overline{G}$ замість $\overline{B}$**.**

Поля III та IY мають таку ж симетрію відносно щільності заряду, що й поля I та II, тобто поле IY можна утворити з поля

III заміною $-\rho_m$ замість ρ_m. Однак такої симетрії не існує між полями I й II, з одного боку, та полями III й IY, з другого боку.

Відомо, що все, що ми знаємо про взаємодію електричних зарядів, описується полями I та II. Тоді ми можемо припустити, що поля III та IY описують взаємодію зарядів неелектричної природи.

Із встановленої вище аналогії між електричними зарядами, з одного боку, та гравітаційними зарядами, з другого боку, ми маємо підставу зробити припущення, що полям III та IY відповідають гравітаційні взаємодії. Але в доступній нам частині Всесвіту ми знаємо про існування гравітаційного заряду лише одного знаку. Йому відповідає поле III з додатною щільністю гравітаційного заряду, згідно з яким

$$div\overline{H} = -\frac{1}{\gamma_0}\rho_m, \tag{4.10}$$

що узгоджується з законом всесвітнього тяжіння Ньютона. В такому випадку $\overline{H}$ є напруга гравітаційного поля, ρ_m є щільність маси середовища, що утворює це поле та гравітаційна стала

$$\gamma_0 = \frac{1}{4\pi k}, \tag{4.11}$$

де k – гравітаційна стала Ньютона.

Фізичний зміст вектора $\overline{G}$ був встановлений вище – це є подвоєне значення кутової швидкості, з якою в даній точці гравітаційного поля примушується прецесувати ротор пробного (в границі точкового) гіроскопу. Цей вектор ми назвали вектором гіроскопічної індукції, як аналог вектору магнітної індукції. Тоді є сенс g_0 назвати гіроскопічною сталою, HG поле – гравітогіроскопічним полем, як аналога електромагнітного поля

Приклад. Розглянути рух матеріальної частинки масою m в сталому гравітаційному полі $\overline{G} = const$ під дією сталої за величиною центральної сили, яка перпендикулярна вектору $\overline{G}$.

Рішення.

Релятивістське рівняння руху матеріальної частинки має вигляд

$$\frac{d\overline{q}}{dt} + \overline{G} \times \overline{q} = \overline{F}\,, \tag{4.12}$$

де q - релятивістська кількість руху матеріальної частинки

$$\overline{q} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(v/c\right)^2}} m\overline{v} \tag{4.13}$$

Спрямуємо вісь z паралельно полю $\overline{G}$ та розкладемо силу $\overline{F}$, що діє на матеріальну частинку, уздовж осей x та y

$$\overline{F} = \overline{F}_0\left(\overline{i}\cos\omega t \pm \overline{j}\sin\omega t\right), \tag{4.14}$$

де $\overline{i}$ та $\overline{j}$ – орти осей координат x та y. Тут два знаки відповідають двом протилежним напрямкам обертання центральної сили.

Обмежимося далі рухом частинки зі швидкістю, значно меншою, ніж швидкість поширення світла, так що

$$\overline{q} = m\overline{v}\,, \tag{4.15}$$

але полем $\overline{G}$ нехтувати не будемо. Рівняння руху матеріальної частинки в проекціях на осі координат приймають вигляд:

$$\frac{dv_x}{dt} - Gv_y = f_0 \sin\omega t\,; \tag{4.16}$$

$$\frac{dv_y}{dt} - Gv_x = \pm f_0 \cos\omega t\,, \tag{4.17}$$

де $f_0 = \dfrac{F_0}{m}$. Загальне рішення цих рівнянь є:

$$v_x = a\cos(Gt+\alpha) \pm f_0 (G \pm \omega)^{-1} \sin \omega t; \tag{4.18}$$

$$v_y = -a\sin(Gt+\alpha) - f_0 (G \pm \omega)^{-1} \cos \omega t; \tag{4.19}$$

$$v_z = v_{0z} = 0, \tag{4.20}$$

a и α- довільні сталі. Якщо $v_{0x} = v_{0y} = v_{0z} = 0$, то приймаючи до уваги верхній знак, знаходимо:

(4.21)

$$v_x = \frac{2f_0}{G+\omega} \sin \frac{G+\omega}{2} t \cos \frac{G-\omega}{2} t;$$

$$v_y = -\frac{2f_0}{G+\omega} \sin \frac{G+\omega}{2} t \sin \frac{G-\omega}{2} t. \tag{4.22}$$

За увагою нижнього знаку маємо:

$$v_x = \frac{2f_0}{G-\omega} \sin \frac{G-\omega}{2} t \cos \frac{G+\omega}{2} t; \tag{4.23}$$

$$v_y = -\frac{2f_0}{G-\omega} \sin \frac{G-\omega}{2} t \sin \frac{G+\omega}{2} t. \tag{4.24}$$

Якщо в (4.21), (4.22) $\omega = G$, то маємо:

$$v_x = \frac{f_0}{G} \sin Gt; \quad v_y = 0, \tag{4.25}$$

тобто, в цьому випадку частинка рухається прямолінійно уздовж осі x за гармонічним законом.

При частоті ω близької до частоти G для випадку (4.23), (4.24) знайдемо, що частинка буде рухатися з амплітудою швидкості

$$A = \left| \frac{2f_0}{G-\omega} \sin \frac{G-\omega}{2} t \right|, \tag{4.26}$$

яка повільно змінюється за часом по гармонічному закону з періодом $\tau = 4\pi / |G-\omega|$, тобто:

$$v_x \approx A \cos Gt; \quad v_y = -A \sin Gt, \tag{4.27}$$

при цьому вона обертається по колу з радіусом, що змінюється від $r_{\min} = 0$ до $r_{\max} = 2f_0 / G|G-\omega|$ – явище, відоме в теорії коливань як биття.

Якщо в (4.23), (4.24) перейти до границі, коли $\omega \to G$, то знайдемо:

$$v_x = f_0 t \cos Gt; \qquad v_y = -f_0 t \sin Gt, \tag{4.28}$$

тобто, спостерігається явище резонансу, коли швидкість частинки зростає пропорційно часу, а її кінетична енергія пропорційно квадрату часу

$$T = F_0^2 t^2 \big/ \ 2m. \tag{4.29}$$

Інтегруючи (4.28) ще раз, одержимо:

$$x = f_0 \varphi(t) \sin\left[Gt + \psi(t)\right]; \tag{4.30}$$

$$y = f_0 \varphi(t) \cos\left[Gt + \psi(t)\right], \tag{4.31}$$

де

$$\varphi(t)=G^{-1}(t^2+G^{-2})^{\frac{1}{2}};\quad tq[\psi(t)]=(Gt)^{-1} \qquad (4.32)$$

і в площині, що перпендикулярна до поля $\overline{G}$, частинка у випадку резонансу буде розганятися по спіралі, що розкручується. Таким чином, виявляється можливість виникнення вихорів навіть в слабких гіроскопічних полях завдяки перекачуванню енергії від зовнішнього джерела, якщо виникають відповідні умови щодо резонансу.

Якщо прийняти до уваги силу опору середовища, пропорційну швидкості частинки, то рівняння руху набувають вигляду:

$$\frac{dv_x}{dt}-Gv_y+nv_x=f_0\cos\omega t; \qquad (4.33)$$

$$\frac{dv_y}{dt}+Gv_x+nv_y=f_0\sin\omega t. \qquad (4.34)$$

Для руху, що встановився, останні рівняння мають рішення:

$$v_x=\pm\frac{f_0}{\left[n^2+(G\pm\omega)^2\right]^{1/2}}\sin\omega t(\omega t\pm\beta); \qquad (4.35)$$

$$v_y=-\frac{f_0}{\left[n^2+(G\pm\omega)^2\right]^{1/2}}\cos\omega t(\omega t\pm\beta); \qquad 4.36$$

$$tg\beta=\frac{n}{|G\pm\omega|}, \qquad (4.37)$$

звідки при $\omega = G$, приймаючи до уваги верхній знак, знаходимо, що частинка рухається по колу з радіусом $r = f_0 / G\left(n^2 + 4G^2\right)^{\frac{1}{2}}$, в той час як при нижньому знаку по колу з радіусом $r = f_0 / Gn$, до яких, в перехідному режимі руху, частинка буде наближатися по спіралі. При обертанні частинки по резонансному колу її кінетична енергія буде дорівнювати $T = F_0^2 \big/ \ 2mn^2$.

Якщо сила $\overline{R}$ опору середовища довільно змінюється за її швидкістю

$$\overline{R} = -\varphi(v)\frac{\overline{v}}{v} = -\varphi_1(v)\overline{v}, \tag{4.38}$$

то маємо такі рівняння руху:

$$\frac{dv_x}{dt} - Gv_y + \varphi\left(v_x^2 + v_y^2\right)^{1/2} v_x = f_0 \cos\omega t\,; \tag{4.39}$$

$$\frac{dv_y}{dt} + Gv_x + \varphi\left(v_x^2 + v_y^2\right)^{1/2} v_y = \pm f_0 \sin\omega t\,. \tag{4.40}$$

Ту частину рішення, що встановилася, шукаємо у вигляді (4.35), (4.36), тобто,

$$v_x = A\sin(\omega t + \beta); \quad v_y = B\cos(\omega t + \beta); \quad |A| = |B|. \tag{4.41}$$

Для руху, що встановився,

$$\varphi\left(v_x^2 + v_y^2\right)^{1/2} = const\,. \tag{4.42}$$

Тоді з рівнянь (4.39), (4.40) маємо:

$$A = \pm \frac{f_0}{\left[\varphi^2(v) + (G \pm \omega)^2\right]^{1/2}};\tag{4.43}$$

$$B = -\frac{f_0}{\left[\varphi^2(v) + (G \pm \omega)^2\right]^{1/2}}.\tag{4.44}$$

Піднесемо до квадрату обидві частини останніх рівнянь та додамо їх одне до одного. Тоді одержимо таке амплітудно-частотне рівняння:

$$\varphi_1^2(v)v^2 + (G \pm \omega)^2 v^2 - f_0^2 = 0\tag{4.45}$$

яке, наприклад, для турбулентного опору типу $\overline{R} = -nv^{k-1}\overline{v}$ має вигляд

$$n^2 v^{2k} + (G \pm \omega)^2 v^2 - f_0^2 = 0\tag{4.46}$$

Якщо знайти рішення цього амплітудно-частотного рівняння, то знайдемо швидкість руху частинки по граничному колу та радіус цього кола як функцію збурюючої частоти ω. У зв'язку з нелінійністю амплітудно-частотного рівняння, в загальному випадку його рішення буде неоднозначним, тобто, одному й тому ж значенню збурюючої частоти може відповідати декілька граничних циклів, по яких частинка буде рухатися з різними швидкостями; можуть спостерігатися зриви та скачки з одних граничних циклів на інші – явища, що добре відомі в теорії нелінійних коливань. Зауважимо, що ця картина виявляє механізм виникнення турбулентності у Всесвіті та переходу від суцільного середовища до дискретних систем типу кілець Сатурна, Сонячної системи, Галактики і т.д.

Постньютонівське гравітаційне поле – перше нелінійне наближення

З рівнянь (4.5)-(4.8) можна знайти щільність енергії гравітогіроскопичного поля

$$w_0 = \frac{1}{2}(\gamma_0 H^2 + \frac{1}{g_0} G^2), \tag{(4.47)}$$

щільність потоку енергії

$$\overline{S} = \frac{1}{g_0} \overline{H} \times \overline{G} \tag{4.48}$$

та щільність кількості руху поля

$$\overline{p}_f = \frac{\overline{S}}{c^2} = \gamma_0 \overline{H} \times \overline{G} \,. \tag{4.49}$$

У зв'язку з відомою залежністю між масою та енергією, гравітаційне поле саме є джерелом гравітаційного поля. Тому в рівняннях (4.5)-(4.8) ми повинні прийняти до уваги не тільки щільність маси середовища ρ_m та щільність кількості руху середовища $\rho_m \overline{v}$, але й щільність енергії w_0 та щільність кількості руху $\overline{p}_f$ гравітаційного поля. Тоді рівняння (4.5), (4.8) мають вигляд:

$$div\overline{H} = -\frac{1}{\gamma_0}(\rho_m + \rho_f); \tag{4.50}$$

$$rot\overline{G} = g_0[(\rho_m \overline{v} + \overline{p}_f) - \gamma_0 \frac{\partial \overline{H}}{\partial t}], \tag{4.51}$$

де

$$\rho_f = \frac{w_0}{c^2}. \tag{4.52}$$

В такому разі, якщо прийняти до уваги (4.47), (4.49), та (4.52), система рівнянь гравітогіроскопичного поля в нелінійному наближенні набуває вигляду:

$$div\overline{H} = -\frac{1}{\gamma_0}\rho_m - \frac{1}{2}(\frac{1}{c^2}H^2 + G^2 \quad); \tag{4.53}$$

$$rot\overline{H} = \frac{\partial \overline{G}}{\partial t}; \tag{4.54}$$

$$div\overline{G} = 0; \tag{4.55}$$

$$rot\overline{G} = g_0(\rho_m \overline{v} - \gamma_0 \frac{\partial \overline{H}}{\partial t}) + \frac{1}{c^2}\overline{H} \times \overline{G}. \tag{4.56}$$

Приймаючи до уваги тільки члени за порядком v^2/c^2, одержимо:

$$div\overline{H} = -(\frac{1}{\gamma_0}\rho_m + \frac{1}{2c^2}H^2); \tag{4.57}$$

$$rot\overline{H} = \frac{\partial \overline{G}}{\partial t}; \tag{4.58}$$

$$div\overline{G} = 0; \tag{4.59}$$

$$rot\overline{G} = g_0(\rho_m \overline{v} - \gamma_0 \frac{\partial \overline{H}}{\partial t}). \tag{4.60}$$

Для $\rho_m = 0$ рівняння (4.57)-(4.60) зводяться до системи рівнянь, що описують гравітогіроскопичні хвилі, які (на протилежність від електромагнітних хвиль) є нелінійні.

<u>Приклад.</u> Знайти додаткове до ньютонівського зміщення перигелія планет в гравітогіроскопічному полі Сонця в першому нелінійному наближенні.

Гравітаційне поле центрального тіла, що обертається навколо осі з постійною кутовою швидкістю, є стаціонарне. В цьому випадку вектор напруги гравітаційного поля знаходиться з системи рівнянь (4.57), (4.58):

$$div\overline{H} = -\left(\frac{1}{\gamma_0}\rho_m + \frac{1}{2c^2}H^2\right); \tag{4.61}$$

$$rot\overline{H} = 0, \tag{4.62}$$

тобто, поле $\overline{H}$ є потенціальним

$$\overline{H} = grad\, f\,. \tag{4.63}$$

Розкладемо потенціальну функцію f в ряд

$$f = f_0 + \frac{1}{c^2}f_1 + \frac{1}{c^4}f_2 + \cdots \qquad 4.64$$

Якщо ми обмежимося тільки першими двома членами цього ряду, то знайдемо:

$$f = -\frac{kM}{r}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right); \tag{4.65}$$

$$\overline{H} = -\frac{kM}{r^2}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\bar{r}^0, \tag{4.66}$$

де позначено

$$r_0 = \frac{kM}{2c^2}, \tag{4.67}$$

M – маса центрального тіла, $\bar{r}$ – радіус-вектор точки поля, $\bar{r} = r\bar{r}^0$.

Вектор гіроскопічної індукції $\overline{G}$ згідно з (4.59), (4.60) знаходиться з системи рівнянь:

$$div\overline{G} = 0; \tag{4.68}$$

$$rot\overline{G} = g_0 g \rho_m \bar{v}, \tag{4.69}$$

де g є гіроскопічна проникливість середовища (аналог магнітної проникливості середовища).

Зробимо таке зауваження. Відомо, що в середовищах зовнішнє електричне поле та магнітне поле змінюються. В електродинаміці це приймається до уваги за допомогою експериментально знайдених коефіцієнтів – електричної та магнітної проникливості середовища. Щодо механізму зміни цих полів, то він – різний.

Електричне поле $\overline{E}$ в середовищі змінюється завдяки *наявності позитивних та негативних електричних зарядів, внаслідок чого виникає електрична поляризація середовища в зовнішньому електричному полі. Очевидно, що для гравітаційного поля $\overline{H}$ цей механізм не діє внаслідок існування гравітаційних зарядів лише одного типу.*

Магнітне поле в середовищі змінюється внаслідок переорієнтації векторів магнітних моментів в напрямку зовнішнього магнітного поля. Цей механізм відбувається також і для гіроскопічної компоненти гравітаційного поля. Вище було пока-

зано, що вектори кінетичних моментів (спінів) частинок середовища орієнтуються в напрямку зовнішнього $\overline{G}$ - поля, що, в свою чергу, веде до зміни цього поля в середовищі. Це й приймається до уваги за допомогою коефіцієнта гіроскопічної проникливості середовища g.

Не виключено, що таємниця загадкового перенесення смерчами тіл величезної маси пояснюється значним зменшенням ваги цих тіл внаслідок наведеного та посиленого в них зовнішнього $\overline{G}$-поля, що породжується смерчем.

З рівнянь (4.68), (4.69) знаходимо вектор $\overline{G}$ таким же чином, як з аналогічних рівнянь електродинаміки знаходять вектор $\overline{B}$ (дивись, наприклад, [15])

$$\overline{G} = r_0 g \frac{K_z}{M} \frac{3\bar{r}^0 \times (\bar{k}^0 \cdot \bar{r}^0) - \bar{k}^0}{r^3} \ , \tag{4.70}$$

де K_z - кінетичний момент центрального тіла відносно його осі обертання, $\bar{k}^0$ - одиничний вектор, спрямований уздовж цієї осі.

Обмежимося далі окремим випадком, коли площина орбіти частини, що рухається, перпендикулярна до осі обертання центрального тіла, тобто $\bar{r} \perp \bar{k}^0$. Тоді

$$\overline{G} = -\frac{r_0 g}{r^3} \frac{K_z}{M} \bar{k}^0. \tag{4.71}$$

Якщо ми приймемо до уваги рівність гравітаційної та інертної маси, тоді рівняння руху матеріальної частинки має вигляд

$$\frac{d}{dt}[1-(u/c^2)]^{-1/2}\bar{u} = \overline{H} + \bar{u} \times \overline{G} , \tag{4.72}$$

де $\bar{u}$ є швидкість руху матеріальної частинки.

Приймаючи до уваги (4.66) , (4.71) та проеціюючи (4.72) на радіальне та трансверсальне напрямки, одержимо:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r(1+\frac{r_0}{r})(\frac{d\psi}{dt})^2 = \frac{kM}{r^2}(1-\frac{r_0}{r}) - \frac{r_0 g}{r^3}\frac{K_z}{M}\frac{d\psi}{dt}; \tag{4.73}$$

$$r^2(1+\frac{2r_0}{r})\frac{d\psi}{dt} + \frac{r_0 g}{r}\frac{K_z}{M} = h = const. \tag{4.74}$$

Останнє з цих рівнянь встановлює закон збереження кінетичного моменту системи. З цього рівняння витікає, що зменшення кінетичного моменту Сонця, внаслідок гальмуючої дії обертаючих навколо нього планет, веде до зростання кінетичного моменту цих планет.

Після знаходження константи кінетичного моменту h

$$h = (1+\frac{r_0}{r})(kMR\ )^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}\frac{r_0 g}{R}\frac{K_z}{M}, \tag{4.75}$$

Де R є середній радіус орбіти частинки, з рівнянь (4.73) та (4.74) знаходимо таку формулу для додаткового до ньютонівського зміщення перигелія планет в гравітогроскопичному полі Сонця в першому нелінійному наближенні (радіан за секунду)

$$\theta = \frac{\pi kM}{2c^2 a(1-e^2)} + \frac{2\pi g K_z}{c^2 a^{\frac{3}{2}}(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}(\frac{k}{M})^{\frac{1}{2}}, \tag{4.76}$$

де a – піввісь, e – ексцентриситет орбіти планети.

Якщо ми приймемо до уваги лише релятивістську кількість руху матеріальної частинки

$$\overline{q} = m\overline{u}(1 - \frac{u^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}, \tag{4.77}$$

то додаткове зміщення перигелія планети дорівнює

$$\theta_1 = \frac{\pi k M}{c^2 a \left(1 - e^2\right)}. \tag{4.78}$$

Якщо ми приймемо до уваги лише самодію гравітаційного поля, то додаткове зміщення перигелія планети дорівнює

$$\theta_2 = -\frac{\pi k M}{2c^2 a \left(1 - e^2\right)}. \tag{4.79}$$

Якщо ми приймемо до уваги тільки обертання центрального тіла, то

$$\theta_3 = \frac{2\pi g K_z}{c^2 a^{\frac{3}{2}} \left(1 - e^2\right)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{k}{M}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{4.80}$$

Створивши суму останніх трьох додаткових зміщень, ми знову одержимо той же результат (4.76).

Якщо приблизно прийняти, що $\theta \approx \theta_3$, то відношення зміщень перигелія двох планет дорівнює

$$\frac{\theta_i}{\theta_k} = \left(\frac{T_k}{T_i}\right). \tag{4.81}$$

Згідно з теорією Ейнштейна

$$\frac{\theta_i}{\theta_k} = \left(\frac{T_k}{T_i}\right)^{\frac{2}{3}}. \tag{4.82}$$

Якщо ми знайдемо величину gK_z за умови, що додаткове зміщення планети Меркурій дорівнює знайденому експериментально значенню 43″, то величини зміщення будь-якої з планет при цьому значенні gK_z, знайдені за формулою (4.76), також будуть збігатися з їх експериментальними значеннями з точністю до погрішності експерименту.

В загальній теорії відносності Ейнштейна додаткове зміщення перигелія планет цілком обумовлюється тільки центральносиметричним статичним полем Сонця, обертання ж навколо осі не приймається до уваги за двох причин: за протилежністю знака та малістю величини.

В створеній тут теорії, навпаки, додаткове зміщення перигелія внаслідок обертання Сонця збігається за знаком та повинне складати 11/12 частин від його повного додаткового зміщення. Але для того, щоб одержати значення зміщення перигелія планет у відповідності з їх дійсним значенням, коефіцієнт g повинен бути порядку 10^4, якщо прийняти значення кінетичного моменту Сонця $K_z = (1{,}6 - 6{,}1)10^{41}$ кгм^2/с.

Зауважимо, що надто мале вказане тут значення кінетичного моменту Сонця, порівняно з підсумковим кінетичним моментом планет сонячної системи, завжди було загадкою в астрономії. Відомо, що це значення кінетичного моменту Сонця знайдено при спостереженні за його обертанням по плямах на поверхні, тобто, дуже приблизно. Якщо значення коефіцієнта g було б знайдено окремо, то за відомим додатковим зміщенням перигелія Меркурія можна було б знайти значення кінетичного моменту Сонця. Це схоже на те, як по окремо знайденому значенню сталої гравітації була знайдена величина маси Сонця.

Література

1. **Аппель П.** Теоретическая механика. -М.: Физматгиз, 1960. -Т. 1-2.
2. **Блеккет П.** Магнитное поле вращающихся массивных тел. // УФН. - 1947. - Т.23. Вып. 2.
3. **Бриллюэн Л.** Новый взгляд на теорию относительности. - М.: Мир, 1972. - 142с. (Дивись також: **Ацюковский В.А** Критический анализ основ теории относительности. - Жуковский: Петит, 1996. - 55с.).
4. **Галилей Г.** Диалог о двух главнейших системах мира - Птолемеевой и Коперниковой. //Избр. тр.. В 2-х т.- М.: Наука, 1964. Т.2. С. 109 - 477.
5. **Гюйгенс Х.** Три мемуара по механике. - М.: АН СССР, 1951. - 379 с.
6. **Ишлинский А. Ю**. Классическая механика и силы инерции. - М.: Наука, 1987. - 320 с.
7. **Карпенков С. Х.** Основные концепции естествознания: Учеб. пособие для студентов вузов. -М.: ЮНИТИ, 1998. - 208 с.
8. **Кильчевский Н.А.** Курс теоретической механики. -М.: Наука, 1977. Т. 1 - 2 .
9. **Коперник Н.** О вращении небесных сфер. -М.: Наука, 1964.
10. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М.** Теория поля. -М.: Наука, 1988. -510с.
11. **Логунов А.А.** Лекции по теории относительности. - М.: Наука, 1987. - 272с
12. **Лоренц Г.А.** Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света. // Принцип относительности /Под ред. Тяпкина А. А. -М.: Атомиздат, 1973. -С. 67- 90.
13. **Ньютон И.** Математические начала натуральной философии. - М.: Наука, 1989. - 688с.
14. **Паули В.** Теория относительности. - М.: Наука, 1983. - 336с.
15. **Парсел Е. М.** Берклеевский курс физики. Т.2. Электричество и магнетизм - М.: Наука, 1975. - 440с.

16.**Потехин А.Ф.** О взаимодействии гравитационных вихрей и линейной теории гравитации / Одесса, 1982. - 21с.: - Библиогр.: 6 назв. - Деп. в ВИНИТИ 12.03.82г., № 1114 - 82.
17.**Потехин А.Ф.** О гравитационном взаимодействии частиц и турбулентности. // Ред. Изв. вузов. Физика. - Томск, 1983. - 7с. - Библиогр.: 2 назв. - Деп в ВИНИТИ 8. 08.83г., № 4363 - 83.
18.**Потехин А.Ф.** О движении сплошной среды в п/н приближении. //Изв. вузов. Физика. - 1985. -№10. - С. 116 - 118.
19.**Потехин А.Ф.** Механическое движение как единство и борьба противоположностей / Одесса, 1986. - 11с: -Библиогр.: 4 назв. - Деп. в ИНИОН АН СССР 9.01.87г., № 27901.
20.**Потехин А.Ф.** Законы механики в их развитии (к трёхсотлетию "Математических начал натуральной философии" И. Ньютона) //Ред. Изв. вузов. Физика. - Томск, 1987г., - 20с. - Библиогр.: 10 назв. - Деп в ВИНИТИ 6.06.87г., № 4107 - В87.
21.**Потехин.А.Ф.** О движении электропроводящей среды в постньютоновском приближении //Ред. Изв. вузов. Физика. - Томск, 1988. - 11с. - Библиогр.: 7 назв. - Деп в ВИНИТИ 22. 09.88г., № 7464 - В88.
22.**Потехин А. Ф.** О диалектической и метафизической трактовке исходных понятий классической механики // Тез. докл. Всесоюзной конференции «Мировозренческие аспекты в преподавании общенаучных и общетехнических дисциплин», 28.05 - 1.06 1990 г. . - Алма-Ата, 1990. - С. 40.
23.**Потехин А. Ф.** О движении частицы в поле вращающегося тела в постньютоновском приближении. Альтернативные решения. //Изв. вузов. Физика. - 1991. - №5. - С. 15 - 18.
24.**Потехин А.Ф.** Динамические предпосылки теории относительности Эйнштейна // Тез. докл. 8 Росийской гравитационной конференции «Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации», 24 - 28 мая 1993 г. - Москва, 1993. - С. 258.
25.**Потехин А. Ф.** Силы инерции и принцип Даламбера: Учеб. - метод. пособие -Одесса, 1995. - 26 с.: - Библиогр.: 13 назв., 200 экз.

26. **Потехин А.Ф.** Теория гравитации Эйнштейна; альтернативный эксперимент и теория (англ.) // Chinese J. of Systems Eng. and Electronics. -1995. - Vol. 6, No. 6. - P. 107 - 114.
27. **Потехин А. Ф.** О роли понятийного аппарата в фундаментальных науках. //Статті по матеріалах доповідей 5 - ої Української науково - методичної конференції «Нові інформаційні технології навчання в учбових закладах України», 2 -4 июня 1997 г. Одеса, 1993. - С. 62 - 64.
28. **Потехин А. Ф.** Краткий курс теоретической механики в вопросах и ответах: Учеб. - метод. пособие. -Одесса, 1998. - 75 с., 500 экз.
29. **Потехин А. Ф.** Об эволюции принципа относительности от Коперника до Эйнштейна (англ.) // Proceedings of the Beijing International Workshop on Fundamental Open Questions in Science. -1999. - P. 1 - 18
30. **Пуанкаре А.** Избранные труды. В 3-х т. -М.: Наука, 1974. - Т. 3
31. **Седов Л. И.** Об основных моделях в механике. - М.: Изд - во Моск. Ун - та, 1992. - 152с.
32. **Фок В. А.** Теория пространства, времени и тяготения. - М.: Физматгиз, 1961. - 563 с.
33. **Хайкин С. Э.** Силы инерции и невесомость. -М.:Наука, 1967.
34. **Энгельс Ф.** Диалектика природы. -М.: Политиздат, 1982. - 400с.
35. **Энгельс Ф.** Анти - Дюринг. - М.: Политиздат, 1977. - 484 с.
36. **Эйнштейн А.** Собрание научн. тр. - М.: Наука, 1965. - Т. 1 - 4.
37. **Carstiou J.** Computes Rendus (Acad. France) - 1969. -Vol. 268. P. 201 -263
38. **Jefimenko O. D.** Causality Electromagnetic Induction and Gravitation. - Star City (USA): Electret Scientific Comp., 1992. -180 p.
39. **Jefimenko O. D.** Derivation of relativistic transformation for gravitational fields from retarded field integrals // Galilean Electrodynamics. - 1995. - April / March. - P. 23 - 30.
40. **Heaviside O.** Electromagnetic Theory (1893). - New York: Dover Publs, 1950. - Appendix B. P. 115 -118.

41. **Santilli R. M.** Elements of hadronic mechanics. - Kiev: Ukraine Academy of Sciences, 1995. - I & II.
42. **Santilli R. M.** Isotopic generalizations of Galilei's and Einstein's Relativities. - Kiev: Ukraine Academy of Sciences, 1995. - I & II.
43. **Wilhelm H. E.** Covariant Electrodynamics in vacuum //Z. Naturforsch. - 1990, 45a. - P. 736 - 748.
44. **Wilhelm H. E.** Physical foundations and implications of Lorenz transformations in comparison with experiments and absolute space - time physics // Phys. Essays. - 1993. Vol. 6, No. 3. - P. 420 - 435.
45. **Wilhelm H. E.** Physical problematics of Einstein's relativity theories // Hadronic Journal. - 1996, 19. - P. 1 - 39.

ЗМІСТ

Потєхін А.Ф.

Б 90

Короткий курс теоретичної механіки в запитаннях та відповідях з аналізом базових понять. Учбовий посібник. – Одеса. Видавництво ОДМУ, 2000 – 193с.

Українською мовою

ISBN 966-7716-04-X

Курс теоретичної механіки в обсязі програми вищих технічних закладів освіти викладається в формі запитань та відповідей. Наведені базові поняття, теореми, формули.

Посібник складається з трьох частин. В першій частині формулюються запитання, в другій – відповіді на них, в третій частині аналізуються базові поняття теоретичної механіки. Цей аналіз суттєво з‘едненний з основним змістом посібника, доповнює його та відображає сучасний стан в цій галузі.

ББК 22.21

Наукове видання

ПОТЄХІН Анатолій Федорович

Короткий курс
Теоретичної механіки
в запитаннях та відповідях
з аналізом базових понять

Учбовий посібник

Українською мовою

Редактори: Г.І.Силакова
В.П.Паровіна

Комп'ютерну верстку та розробку
оригінал-макету здійснено на ЮЦ ОДМУ
Т.Д.Панченко, В.М.Савченко

Підписано до друку з оригінал-макету 15.05.2000. Формат 60х84 1/16
Уч. друк. арк. 12,25
Замовлення № 770. Тир. 1000

Адреса видавництва: 65029, Одеса-29, вул. Мечникова, 34
Тел.(0482) 739-55-53