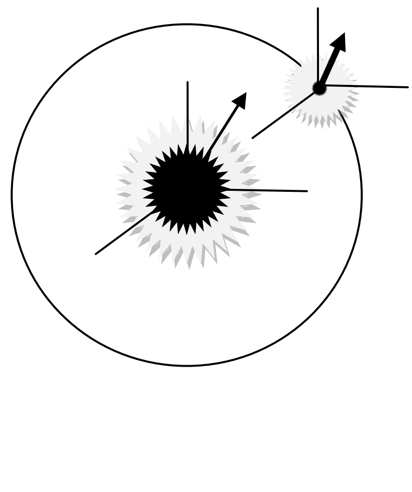
А. Ф. Потехин

ФИЗИКА
ВВЕДЕНИЕ В ДИНАМИКУ
КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ ОТСЧЁТА

Научно-методологическое пособие
для общеобразовательных и высших
учебных заведений



Одесса
«Астропринт»
2011

ББК 22.236я7
УДК 531.3(075.3/.8)
П64

Потехин А. Ф.

П64 Физика: Введение в динамику. Классификация систем отсчёта: научно-методологическое пособие для общеобразовательных и высших учебных заведений / А. Ф. Потехин. – Одесса : Астропринт. 2011. – 72 с.

ISBN 978 – 966 – 190 – 318 – 9

Тело, движущееся относительно некоторой системы отсчёта, или взаимодействует, или не взаимодействует с тем телом, с которым связана данная система отсчёта. При наличии такого взаимодействия эта система отсчёта для данного тела является динамической. При отсутствии такого взаимодействия система отсчёта для данного тела является кинематической. Гелиоцентрическая (точнее, барицентрическая) система отсчёта является динамической для всех без исключения тел Солнечной системы и в этом смысле названа Ньютоном абсолютной. Все остальные системы отсчёта в пределах Солнечной системы (с известной точностью) для одних тел являются динамическими, для других – кинематическими. Например, Геоцентрическая система отсчёта является динамической для всех тел, участвующих в её переносном движении (относительно Солнца) и кинематической для планет и комет, не участвующих в переносном движении Земли. Динамика Ньютона и электродинамика Максвелла движущихся тел обоснованы их авторами исключительно в динамических системах отсчёта, которые движутся относительно Гелиоцентрической системы отсчёта поступательно, равномерно и прямолинейно. Такие системы отсчёта называются инерциальными для данной системы тел.

ББК 22.236я7
УДК 531.3(075.3/.8)

ISBN 978 – 966 – 190 – 318 – 9

ОГЛАВЛЕНИЕ

В противность ряду опытов, не следует измышлять каких-либо бредней, не следует также уклоняться от схдственности в природе, ибо природа и проста и всегда сама с собой согласна. (Исаак Ньютон)

Предисловие

К началу творческой деятельности И. Ньютона уже был сформулирован вопрос: можно ли объяснить движение тел Солнечной системы силой их притяжения к Солнцу? Ньютон дал положительный ответ на этот вопрос, решив при этом следующие задачи. Во-первых, он постулировал выражение для силы гравитационного притяжения небесных тел к Солнцу и сформулировал закон всемирного тяготения. Во-вторых, он обосновал выбор «абсолютной» системы отсчёта, в которой следует описывать движение тел Солнечной системы – это Гелиоцентрическая (барицентрическая) система отсчёта. Наконец, в-третьих, он нашёл то общее дифференциальное уравнение, которое описывает движение тел под действием приложенных к ним сил в обоснованном им классе динамических инерциальных систем отсчёта.

Приступая к созданию теории движения небесных тел, Ньютон знал, что эта теория должна согласовываться с результатами астрономических наблюдений и теми кинематическими системами мира, которые уже были созданы на базе этих наблюдений. Таких систем мира было две – Птолемея и Коперника. Каждая из этих систем мира с достаточно высокой точностью описывала движение планет. При этом система мира Птолемея была дана в Геоцентрической системе отсчёта, начало которой находится в центре масс Земли и оси направлены на три удаленные «неподвижные» звезды. Система мира Коперника была создана в Гелиоцентрической системе отсчёта, начало которой находится в центре масс тел Солнечной системы и оси направлены опять-таки на три удаленные «неподвижные» звезды. Если в системе мира Птоломея траекториями движения планет были замкнутые кривые с попятными, синхронными для всех планет, петлеобразными движениями, то в системе мира Коперника такими траекториями были почти концентрические вокруг Солнца окружности. Ньютон и его современники знали, что картина мира Коперника была получена в результате пересчёта траекторий движения планет из Геоцентрической системы отсчёта в Гелиоцентрическую систему отсчёта. И современники Ньютона, и Ньютон также знали, что при таком пересчёте исключается влияние на астрономические наблюдения орбитального движения самой Земли вокруг Солнца. В результате в системе мира Коперника были вычленены и исключены те попятные петлеобразные движения, которые наблюдались в Геоцентрической системе отсчёта.

Ньютон стоял перед дилеммой: или создавать динамическую теорию движения небесных тел в Геоцентрической системе отсчёта, и тогда его уравнения движения должны учитывать как силу притяжения тел к Солнцу и друг к другу, так и орбитальное движение самой Земли вокруг Солнца. Или создавать такую динамическую теорию в Гелиоцентрической системе отсчёта, и тогда можно исходить из гипотезы, что движение небесных тел, в первом приближении, в этой системе отсчёта обусловлено лишь силой их притяжения к Солнцу. В последующих же приближениях, согласно закону всемирного тяготения, надо будет учитывать возмущающее взаимное воздействие небесных тел друг на друга. Ньютон останавливает свой выбор на Гелиоцентрической системе отсчёта. Конечно, критерий простоты описания движения планет в этой системе отсчёта за счёт исключения из уравнений движения влияния движения Земли вокруг Солнца, сыграл свою роль. Но не это было главное, Ньютон видел дальше и смотрел глубже.

Ньютон видит главное, принципиальное различие этих систем отсчёта в том, что все тела Солнечной системы движутся не только относительно Гелиоцентрической системы отсчёта, но и вовлекаются в переносное движение этой системы отсчёта. В результате все тела Солнечной системы перемещаются относительно удалённых звёзд как целое, как замкнутая физическая система с её внутренними движениями тел друг относительно друга. В таком случае законы динамики, сформулированные в этой системе отсчёта, согласно динамическому принципу относительности Галилея, на который ссылается Ньютон, будут справедливыми во всех других замкнутых физических системах и привязанных к ним системах отсчёта, если только эти физические системы отсчёта будут перемещаться поступательно, равномерно и прямолинейно относительно Гелиоцентрической системы отсчёта. Изменение скорости движения тел в каждой из таких систем отсчёта может быть обусловлено только и только силами, приложенными к этим телам. Такие системы отсчёта есть динамические системы отсчёта.

В противоположность Гелиоцентрической системе отсчёта, планеты и кометы Солнечной системы не вовлекаются в переносное движение Геоцентрической системы отсчёта. Изменение наблюдаемого движения этих тел в Геоцентрической системе отчёта обусловлено не только приложенными к этим телам силами, но и движением самой этой системой отсчёта относительно Гелиоцентрической системы отсчёта. Системы отсчёта, которые обладают такими свойствами, есть кинематические системы отсчёта.

Итак, согласно воззрениям Ньютона, все системы отсчёта, прежде всего, должны быть разделены на два класса – динамические и кинематические.

В классе динамических систем отсчёта, во-первых, существует выделенная для всех тел Солнечной системы Гелиоцентрическая система отсчёта, принятая Ньютоном за неподвижную или абсолютную систему отсчёта. Во-вторых, существует подкласс динамических систем отсчёта, связанных с замкнутыми физическими системами («каюты кораблей»), которые движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно Гелиоцентрической системы отсчёта. Подкласс этих систем отсчёта есть инерциальные системы отсчёта для тел данной замкнутой физической системы. В таких и только в таких инерциальных системах отсчёта для тел данной замкнутой физической системы Ньютон формулирует законы динамики движущихся тел и позже Максвелл обосновывает уравнения электродинамики движущихся тел.

К сожалению, под влиянием критических работ Э. Маха в конце XIX века, в классификации систем отсчёта физики XX века подразделение систем отсчёта на динамические и кинематические было утеряно. В результате динамика движущихся тел вообще и электродинамика движущихся тел, в особенности, развивались в ошибочном направлении, когда динамические и кинематические системы отсчёта были отождествлены, и к классу инерциальных систем отсчёта были отнесены как истинно динамические инерциальные системы отсчёта, так и неускоренные по отношению к ним кинематические псевдоинерциальные системы отсчёта.

Описание в кинематических системах отсчёта процессов, происходящих в динамических системах отсчёта, связано с формально-математическим преобразованием систем отчёта. И так как для истинно инерциальных динамических систем отсчёта справедлив экспериментально установленный принцип относительности Галилея – Ньютона, то этот принцип был ошибочно отождествлён с формально-математическим требованием одинаковой (инвариантной или ковариантной) формы записи уравнений движения относительно преобразований во всех, неускоренных друг по отношению к другу, системах отсчёта.

В результате такого ошибочного отождествления динамических инерциальных с кинематическими псевдоинерциальными системами отсчёта и физического принципа относительности Галилея – Ньютона с формально-математическим требованием ковариантности (инвариантности) уравнений движения относительно преобразований систем отсчёта, была нарушена логика восприятия и развития физики как в теоретическом, так и в экспериментальном плане. Устранению такого состояния физики посвящено настоящее пособие, составленное на основании опубликованных работ автора [1] – [10]:

1. Potjekhin A. F. On the Evolution of the Relativity Principle from Copernicus to Einstein // In International Collection of Scientific Papers: Fundamental Open Problems in Science at the Turn of the Millennium. – Hadronic Press (USA), Vol. II, 1999. – P. 627 – 644. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

2. Потехин А. Ф. Объективные и субъективные аспекты принципа относительности в физике // Тез. докладов XYII Международных чтений “Великие преобразователи естествознания: А. Пуанкаре”. – Минск, 2001. – С. 91 – 94. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

3. Potjekhin A. F. To the Question of the Principle of Equivalence in the Einstein’s GTR //Gamow Memorial International Conference Dedicated to 100-th Anniversary of Georg Gamow «Astrophysics and Cosmology after Gamow-Theory and

Observations». – Odessa, (Ukraine) 2004. – P. 126. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

4. Потєхін А. Ф. Щодо замкнутого кола понять наука – освіта – наука на прикладі фізики //Науковий вісник Академії наук вищої школи України, № 28. – Київ, 2004. – С. 112 – 120. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

5. Потехин А. Ф. Основное уравнение динамики точки в ускоренных системах отсчёта // Сборник трудов IX международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум», Волгоград (Россия). – Москва, 2006. – С. 95. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

6. Потехин А. Ф. Физические и математические ошибки оптического эксперимента Майкельсона-Морли и их исторические предпосылки // Сборник трудов IX международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум», Волгоград (Россия). – Москва, 2006. – С. 70. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

7. Potjekhin A. F. Maxwell Field Equations are Galileo Covariant for all Kinematic Reference Systems //Proc. Int. Conf. Mathematical Methods in EM Theory (MMET*08). – Odessa, 2008. – P. 256 – 258. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

8. Потехин А. Ф. О классификации систем отсчёта в классической физике Ньютона – Максвелла (пленарный доклад на II Всеукраинской конференции «Актуальные проблемы физики») // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. Випуск 5/2008 (52), частина 1 – Кременчук (Україна). 2008. – С. 118 – 124. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

9. Потехин А. Ф. Методологические основы физики в кинематических системах отсчёта (Пленарный доклад) // Материалы Y Международной конференции «Актуальные вопросы теоретической и прикладной биофизики, физики и химии». – Севастополь (Украина), 21 – 25 апреля 2009 – С. 11 – 14. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

10. Потехин А. Ф. Роль систем отсчёта в планировании и прогнозировании результатов физического эксперимента //Материалы XI международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум». – Минск (Беларусь), 12 – 14 октября 2010 – С. 58 – 59. – Режим доступа: (http://potjekhin.narod.ru/).

Глава 1. **МЕХАНИКА**

§ 1. Кинематический принцип относительности и кинематические системы отсчёта

Кинематика есть раздел механики, в котором движение тел рассматривается с геометрической точки зрения. Применение этого раздела математики в физике неизбежно приводит к понятию систем отсчёта. Под системой отсчёта в современной физике понимают геометрическую систему координат, служащую для указания положения частиц в пространстве как функции скалярного параметра – времени. Такое формально-математическое определение систем отсчёта имеет свою историческую предпосылку.

Уже первые попытки научного осмысливания процессов в природе выявили, что движение и покой тел, рассматриваемые с геометрической точки зрения как пространственно-временной процесс, есть понятия относительные, поскольку можно говорить лишь о движении или покое данного тела относительно некоторого другого тела. То тело, относительно которого рассматривается движение или покой других тел, называется телом отсчёта. Выбор тела отсчёта в кинематике остаётся при этом произвольным и подсказывается конкретной ситуацией рассматриваемого движения. “*Мы в море из порта идём, и отходят и земли и грады*” (Вергилий, I век до н. э.). То есть, если наблюдатель на берегу считает себя неподвижным, а корабль движущимся, то наблюдатель на корабле с тем же основанием может считать себя неподвижным, а берег вместе с портами и городами – движущимися. Эта кинематическая сторона относительности движения обусловлена однородностью и изотропностью пространства и однородностью времени, в силу чего в кинематике нет никаких оснований отдать предпочтение одной системе отсчёта перед другой. Но по причине чисто антропологического характера, на протяжении длительного периода развития науки система отсчёта, связанная с Землёй, считалась абсолютно неподвижной, или центром мира. Именно это предположение заложено в основе кинематической теории Птолемея (II век н. э.) движения планет, базирующейся на астрономических наблюдениях. В этой геоцентрической системе отсчёта траекториями движения планет являются замкнутые петлеобразные кривые с регулярными попятными движениями.

Предположение о том, что сама Земля обращается вокруг Солнца, вращаясь при этом вокруг собственной оси, высказывали уже современники Аристотеля (384 г. до н. э.). Но окончательный отход от геоцентрической системы отсчёта Птолемея к гелиоцентрической системе отсчёта связан с именем Коперника (1473 – 1543). Руководящим принципом для Коперника был **кинематический принцип относительности движения**: взаимное движение тел не зависит от того, по отношению к какому из них это движение рассматривается, но восприниматься и описываться данное движение будет при этом по-разному. В обоснование этого принципа Коперник ссылается на следующий пример: “*Так,* *при движении корабля в тихую погоду все, находящиеся вне корабля представляется мореплавателям движущимся, как бы отражая движение корабля, а сами наблюдатели, наоборот, считают себя в покое со всем с ними находящимся. Это же, без сомнения, может происходить и при движении Земли, так что мы думаем, будто вокруг нее вращается вся Вселенная*". И Коперник выполнил титаническую работу по пересчёту траектории движения планет из геоцентрической системы отсчёта Птолемея в гелиоцентрическую систему отсчёта. В результате были вычленены, устранены те попятные петлеобразные движения планет, которые у Птолемея отражали годичное движение самой Земли вокруг Солнца.

Кеплер (1571 – 1630 г.), используя результаты астрономических наблюдений Тихо Браге, которые по точности на порядок превосходили результаты, лежащие в основе построений Коперника, уточнил форму орбит планет, показав, что это эллипсы, в одном из фокусов которых находится Солнце, и сформулировал свои знаменитые кинематические законы движения планет в гелиоцентрической системе отсчёта.

И система мира Птолемея, и система мира Коперника отображали результат наблюдаемого движения небесных тел относительно геоцентрической системы отсчёта в первом случае и относительно гелиоцентрической системы отсчёта во втором случае. В этих системах мира описывались движения небесных тел относительно выбранных систем отсчёта, но не объяснялись причины этого движения. При этом никакие физические свойства тел, прежде всего, их масса, их взаимодействие, во внимание не принимались. Тела отсчёта и связанные с ними системы отсчёта в этом случае являются формально-математическими конструкциями. Такие системы отсчёта называются кинематическими.

§ 2. Динамический принцип относительности и динамические системы отсчёта

Кинематическая теория Коперника явилась предпосылкой к созданию динамической картины мира. Картина движения планет по Копернику обусловила предположение, что Солнце "невидимыми нитями" удерживает планеты на своих орбитах. Уже Кеплер вводит понятие силы и высказывает мысль, что сила притяжения планет к Солнцу обратно пропорциональна их расстоянию до Солнца. Так возникла задача описания движения тел с учётом их взаимодействия между собой. Необходимо было установить взаимосвязь между силой, приложенной к телу, и кинематическими параметрами его движения. Но сила, как мера взаимодействия тел, от выбора системы отсчёта не зависит. Кинематические же параметры движения тел существенно зависят от выбора системы отсчёта. Как соединить в одном равенстве эти несовместимые, на первый взгляд, кинематические и динамические понятия? Как и в какой системе отсчёта создавать математические начала динамики? Вот та задача, которая стояла перед Ньютоном. И он решил её, опираясь на труды своих предшественников, прежде всего, Галилея, как в выборе систем отсчёта в динамике, так и в установлении зависимости между силой, приложенной к материальной точке, и изменением её импульса.

Птолемей, опровергая мнение о возможности движения Земли (Гераклит, IY в. до н. э. и др.) относительно Солнца, приводит следующие доводы: если бы Земля вращалась вокруг своей оси и Солнца, то её поверхность перемещалась бы с огромной скоростью; все неровности и здания были бы снесены; облака и птицы остались далеко позади; камень, брошенный с башни, не упал бы у её подножия и т. д. А так как этого не происходит, говорит Птолемей, то именно Земля покоится и является центром мира. Однако, в процессе борьбы за гелиоцентрическую систему мира Галилей убедительно опроверг эти доводы, обратившись к эксперименту. Прежде всего, Галилей доказывает, что если с гладкой наклонной плоскости скатывается гладкий шарик, переходя затем на гладкую же горизонтальную плоскость, то далее он будет двигаться равномерно и прямолинейно, сохраняя то значение скорости, с которой он вкатился на данную плоскость. Этим опытом Галилей доказал, что свободное тело сохраняет неизменной начальную скорость своего движения при действии на него уравновешенной системы сил. В таком случае, если система взаимодействующих между собой тел участвует в общем переносном, поступательном и равномерном движении, то их взаимодействие не зависит от величины и направления скорости этого поступательного движения. Это Галилей поясняет на следующем примере. Пусть в каюте покоящегося корабля проделываются некоторые опыты. “*Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью,* – пишет Галилей, – *и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту и другую стороны) во всех названных явлениях вы не обнаружите ни малейшего изменения и не по одному из них не сможете установить движется ли корабль или стоит неподвижно. И причина согласованности всех этих явлений заключается в том, что движение корабля общее всем находящимся на нем предметам, так же и воздуху*”. Эти опыты Галилея в замкнутой каюте корабля принципиально отличаются от наблюдений за явлениями вне корабля у Коперника и позволили сформулировать **динамический принцип относительности**: никакими опытами с телами, вовлекаемыми в движение замкнутых физических систем, нельзя обнаружить поступательное, равномерное и прямолинейное движение этих систем друг относительно друга. Этот принцип можно сформулировать и так: идентичные опыты с телами, вовлекаемыми в переносное движение тех тел, с которыми связаны системы отсчёта, происходят, наблюдаются и описываются одинаково в каждой из этих систем отсчёта, если они движутся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно. Такие системы отсчёта для данных тел будут динамическими, поскольку при этом принимается во внимание взаимодействие наблюдаемых тел с теми телами, с которым связаны эти системы отсчёта. Лишь при наличии такого взаимодействия наблюдаемые тела могут быть вовлечены в их совместное с телом отсчёта переносное движение.

§ 3. Обоснование Ньютоном существования в природе динамически выделенной абсолютной системы отсчёта

Можно ли найти в природе единую, глобальную для всех тел систему отсчёта, которую можно было бы принять за неподвижную или абсолютную и записать относительно неё уравнение, связывающее кинематические параметры движения тел с силами, приложенными именно к этим телам? Если такая система отсчёта существует, то это существенно упрощает решение стоящей перед Ньютоном задачи создания динамики движущихся тел.

Из работ своих предшественников, на которых Ньютон ссылается, он знал как о равноправии кинематических систем отсчёта (Коперник), так и о наличии в природе динамически выделенных систем отсчёта (Галилей). Проследим за дальнейшими рассуждениями Ньютона. “*Истинный покой есть пребывание тела в той самой части того неподвижного пространства, в котором движется корабль со всем в нём находящимся. Таким образом, если бы поверхность Земли (берег) на самом деле покоилась, то тело, которое по отношению к кораблю находится в покое, двигалось бы в действительности с той абсолютною скоростью, с которой корабль идёт относительно берега. Если же и сама поверхность Земли движется, то истинное абсолютное движение тела найдётся по истинному движению поверхности Земли в неподвижном пространстве и по относительным движениям корабля по отношению к берегу и тела по кораблю*” [1].

Итак, абсолютное или неподвижное пространство мыслится Ньютоном как система отсчёта, привязанная к конкретному материальному телу. Для моряка на корабле абсолютное пространство есть система отсчёта корпуса корабля, вместе с которым моряк движется. Для корабля абсолютное пространство есть система отсчёта поверхности Земли, вместе с которой корабль движется. Для поверхности Земли абсолютное пространство есть геоцентрическая система отсчёта, относительно которой поверхность Земли вращается вместе с кораблём и находящимся на нём моряком. Для геоцентрической системы отсчёта абсолютное пространство есть гелиоцентрическая система отсчёта. И так далее. Ньютон показывает, что, зная движение моряка относительно корабля, корабля относительно берега, берега относительно геоцентрической системы отсчёта, геоцентрической системы отсчёта относительно гелиоцентрической системы отсчёта, можно найти движение моряка относительно гелиоцентрической системы отсчёта. Эту иерархию вложенных друг в друга по типу матрешки систем отсчёта можно продолжать до бесконечности, так и не достигнув истинно неподвижной системы отсчёта, потому что неподвижным можно быть только относительно чего-то другого неподвижного и т.д. И это отлично понимал Ньютон: “*Может оказаться, что в действительности не существует покоящегося тела, к которому можно было бы относить места и движения прочих*” [1]. Но на какой-то ступени этой иерархической лестницы надо остановиться, ограничившись той частью пространства, в пределах которой ограничивается наша способность познавать окружающий мир. И Ньютон вводит по определению научную абстракцию абсолютного пространства: "*Абсолютное пространство по самой своей сущности* ***безотносительно к чему бы то ни было внешнему*** *остаётся всегда одинаковым и неподвижным*" [1].

В практической деятельности со времён Ньютона и до наших дней в качестве такой абсолютной или неподвижной системы отсчёта мы принимаем гелиоцентрическую систему отсчёта, начало осей которой находится в центре масс Солнечной системы и оси которой направлены на три удалённых звезды. Заметим, что совершенно аналогично Ньютон вводит абстракцию абсолютного времени: "*Абсолютное, истинное, математическое время само по себе и по своей сущности,* ***без всякого отношения к чему-либо внешнему*** *протекает равномерно и иначе называется длительностью*". Эта научная абстракция также сопровождается замечанием Ньютона: "*Возможно, что не существует в природе такого равномерного движения, которым время могло бы измеряться с совершенной точностью*".

Коль скоро гелиоцентрическая система отсчёта по определению неподвижна, то ускорение любого тела относительно этой системы отсчёта может быть обусловлено только приложенными к нему силами, но не может быть обусловлено движением самой этой системы отсчёта. Далее Ньютон переходит к рассмотрению систем отсчёта, которые движутся относительно абсолютной системы отсчёта. Принципиальное отличие таких систем отсчёта заключается, во-первых, в том, что ускорение тел относительно них может быть обусловлено как приложенными к ним силами, так и движением самих этих систем отсчёта относительно абсолютной системы отсчёта. Во-вторых, тела, движение которых наблюдаются, могут или взаимодействовать, или не взаимодействовать с теми телами, с которыми связаны эти подвижные системы отсчёта. В таком случае тела, движение которых наблюдается, будут или участвовать, или не участвовать в переносном движении этих систем отсчёта. Ньютон отмечает те трудности, которые возникают при создании динамики тел в системах отсчёта, движущихся относительно выделенной им абсолютной системы отсчёта.

"*Причины происхождения, которыми различаются истинные (*динамические*) и кажущиеся (*кинематические*) движения*, *суть те силы, которые надо к телам приложить, чтобы произвести эти движения. Истинное абсолютное движение не может ни произойти, ни измениться иначе как от действия сил, приложенных непосредственно к самому движущемуся телу, тогда как относительное движение тела может быть произведено и изменено без приложения сил к этому телу, достаточно, чтобы силы были приложены к тем телам, по отношению к которым это движение определяется.*

Проявления, которыми различаются абсолютное и относительное движения, состоит в силах стремления удалиться от оси вращательного движения, ибо в чисто относительном (кинематическом) *вращательном движении эти силы равны нулю, в истинном и абсолютном* (динамическом) *они больше или меньше, сообразно количеству движения.*

Распознание истинных движений отдельных тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно, ибо части того неподвижного пространства, о котором говорилось, и в котором совершаются истинные движения тел, не ощущаются нашими чувствами. Однако это дело не вполне безнадёжное. Основания для суждений можно заимствовать частью из кажущихся движений, представляющих разности истинных, частью из сил, представляющих причины и проявления истинных движений" [1].

Итак, Ньютон абсолютным пространством называет пространство той системы отсчёта, к которой в пределе стремится иерархия вложенных друг в друга систем отсчёта снизу – от корабля и далее вверх – к гелиоцентрической системе отсчёта и так далее до бесконечности. Практически же он останавливается на гелиоцентрической системе отсчёта, которую и принимает за неподвижную или абсолютную систему отсчёта в своей динамической теории мира: "*Таким образом, общий центр тяжести Земли, Солнца и планет должен быть принят за центр мира* " [1, с. 527]. В этой системе отсчёта вращательное движение небесных тел сопровождается стремлением их частиц удалиться от оси вращения, что подтверждается сплюснутой формой планет, в частности, Земли. Гелиоцентрическая система отсчёта, принятая за неподвижную, является базовой при анализе и классификации других, движущихся относительно неё, систем отсчёта.

§ 4. Классификация движущихся систем отсчёта по Ньютону

В соответствии с динамическим принципом относительности Галилея, на который ссылается Ньютон (этот термин введён в физику значительно позже), взаимное движение системы взаимодействующих между собой материальных частиц не будет зависеть от их общего движения с одной и той же переносной скоростью. Это положение сформулировано у Ньютона в Следствии Y после изложения его законов: "*Относительные движения друг по отношению к другу тел, заключенных в каком-либо пространстве, одинаковы, покоится ли это пространство или движется равномерно и прямолинейно без вращения*" [1]. При этом следует учесть следующее замечание Ньютона: "*Тело, движущееся в подвижном пространстве, участвует и в движении этого пространства, поэтому тело, движущееся от подвижного места, участвует в движении своего места*" [1] . Следствие Y Ньютон заключает таким комментарием: "*Это подтверждается обильно опытами. Все движения на корабле совершаются одинаково, находится ли он в покое или движется равномерно и прямолинейно*" [1]. Итак, внутри каждой из замкнутых кают кораблей, которые движутся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно, идентичные опыты протекают, наблюдаются и описываются одинаково.

Ньютон осознаёт, что поверхность Земли и связанная с ней лабораторная система отсчёта с достаточно большой точностью может считаться "каютой корабля", которая движется поступательно, равномерно и прямолинейно относительно Гелиоцентрической системы отсчёта. Тогда из динамического принципа относительности Галилея следует вывод о справедливости законов

Небесной механики и в лабораторной системе отсчёта поверхности Земли и подобных ей системах отсчёта, которые движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно Гелиоцентрической системы отсчёта. При этом Ньютон неоднократно подчёркивает неотъемлемую часть своей динамики: взаимодействующие между собой тела, движущиеся в подвижном пространстве (каюте движущегося корабля), участвует и в движении этого пространства. Поэтому тело, движущееся от подвижного места (каюты корабля), участвует в движении своего места. Именно в таких системах отсчёта Ньютон и создаёт свою динамику. Это динамические системы отчёта по Ньютону.

Итак, согласно Ньютону, все системы отсчёта, движущиеся относительно абсолютной системы отсчёта, следует разделить на два класса – динамические и кинематические.

Определение

Если рассматриваемая система материальных частиц взаимодействует с тем телом, с которым связана система отсчёта Σ, вследствие чего эта система частиц участвует в переносном движении системы Σ относительно абсолютной системы отсчёта, то Σ называется динамической системой отсчёта для данной системы материальных частиц.

Определение

Если рассматриваемая система материальных частиц не взаимодействует с тем телом, с которым связана система отсчёта Σ', вследствие чего эта система частиц не участвует в переносном движении системы Σ' относительно абсолютной системы отсчёта, то Σ' называется кинематической системой отсчёта для данной системы материальных частиц.

Следует подчеркнуть относительность этих понятий: одна и та же система отсчёта для одних тел и процессов может быть динамической, для других – кинематической. Так, для всех тел, участвующих в переносном движении корабля вследствие их взаимодействия с ним, система отсчёта корабля будет динамической. Для всех же тел, находящихся вне этого корабля и не взаимодействующих с ним, вследствие чего они не участвуют в его переносном движении, система отсчёта корабля будет кинематической.

Динамические системы отсчёта, в свою очередь, подразделяют на два класса – инерциальные и неинерциальные.

Определение

Динамические, для данной совокупности тел, системы отсчёта, которые движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно абсолютной (Гелиоцентрической) системы отсчёта, следовательно, и друг относительно друга, называются инерциальными системами отсчёта для этой совокупности тел.

Определение

Динамические, для данной совокупности тел, системы отсчёта, которые движутся ускоренно относительно инерциальных систем отсчёта, называются неинерциальными системами отсчёта для этой совокупности тел.

В инерциальных системах отсчёта, во-первых, согласно экспериментально установленному динамическому принципу относительности Галилея, физические законы формулируются и записываются одинаково. Во-вторых, в уравнения движения физических процессов в динамических инерциальных системах отсчёта не входит скорость их движения относительно других систем отсчёта. Если динамическое уравнение движения какого-то процесса записано в нештрихованной инерциальной системе отсчёта, то для его описания в другой, штрихованной инерциальной системе отсчёта, достаточно нештрихованные координаты заменить на штрихованные. Если законы динамики сформулированы для абсолютной системы отсчёта, то они точно также формулируются и для любой из инерциальных систем отсчёта, но только для тех тел, для которых эта система отсчёта является инерциальной.

Для физических систем, для которых данная система отсчёта является инерциальной, эта система отсчёта является абсолютной системой отсчёта более низкого порядка, по отношению к той абсолютной (инерциальной) системе отсчёта, в которую она вложена.

Определение

Если для тела, с которым связана его инерциальная система отсчёта $\sum'$, некоторая система отсчёта $\sum$ является инерциальной, то система отсчёта $\sum'$ будет вложенной в инерциальную систему отсчёта $\sum$.

В этом случае для тех тел, для которых вложенная система отсчёта $\sum'$ является инерциальной, система отсчёта $\sum$ также будет инерциальной. Так, для тел, для которых Геоцентрическая система отсчёта $\sum'$ является инерциальной, Гелиоцентрическая система отсчёта $\sum$ (в которую $\sum'$ вложена), также будет инерциальной. Однако обратное утверждение неверно: не для всех тел, для которых Гелиоцентрическая система отсчёта $\sum$ является инерциальной, инерциальной будет также и Геоцентрическая система отсчёта $\sum'$.

Кинематические системы отсчёта также могут быть подразделены на два класса – неускоренные и ускоренные друг относительно друга. Однако такое их подразделение весьма условно, поскольку среди них нет выделенных по какому либо признаку систем отсчёта и любая из них может быть выбрана в качестве основной или неподвижной системы отсчёта. Более определённым является подразделение кинематических систем отсчёта на неускоренные и ускоренные по отношению к инерциальным системам отсчёта.

Определение

Кинематические системы отсчёта, которые движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно инерциальных систем отсчёта, называются псевдоинерциальными системами отсчёта для рассматриваемой совокупности тел.

Определение

Кинематические системы отсчёта, которые движутся ускоренно относительно инерциальных систем отсчёта, называются псевдонеинерциальными системами отсчёта для рассматриваемой совокупности тел.

Рассмотрим следующий пример. Корабль движется по тихой воде поступательно, равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы отсчёта берега. В каюте к потолку подвешен грузик, вследствие чего он взаимодействует с кораблём и участвует в переносном движении корабля при всяком изменении движения последнего. Из состояния покоя грузик можно вывести, только приложив к нему силу. Это может быть или сторонняя сила, или сила реакции связи (нити, удерживающей грузик), которая возникает, когда нарушается поступательное, равномерное и прямолинейное движение корабля. Следовательно, по всем признакам, система отсчёта корабля для данного грузика является инерциальной. При качке корабля в штормовую погоду, система отсчёта корабля для данного грузика будет динамической неинерциальной.

Пусть, когда корабль продолжает своё поступательное, равномерное и прямолинейное движение, нить перерезается. Грузик становится свободным, его связь с кораблём исчезает. В таком случае система отсчёта корабля для данного грузика является уже псевдоинерциальной. При качке корабля в штормовую погоду, система отсчёта корабля для данного свободно падающего грузика будет псевдонеинерциальной.

Если уравнение движения какого-либо физического процесса записано в одной из систем отсчёта, то для того чтобы записать уравнение этого же процесса в другой системе отсчёта, достаточно применить формально-математическое преобразование координат и времени от первой системе отсчёта ко второй. При этом вводится понятие инвариантности и ковариантности рассматриваемого уравнения относительно данного кинематического преобразования.

Определение

Если рассматриваемое уравнение движения при кинематическом преобразовании систем отсчёта сохраняет как свой вид, так и выражение для входящих в него функций, то такое уравнение называется инвариантным относительно данного преобразования.

Определение

Если рассматриваемое уравнение движения при кинематическом преобразовании систем отсчёта сохраняет свой вид, но не сохраняет выражение для входящих в него функций, то такое уравнение называется ковариантным относительно данного преобразования.

§ 5. Первый закон Ньютона в инерциальных и в псевдо-инерциальных системах отсчёта

Ньютон формулирует свои законы для той единственно выделенной им динамической системы отсчёта, которую он назвал абсолютной и которую практически отождествил с Гелиоцентрической системой отсчёта. Но из динамического принципа относительности Галилея следует, что законы природы, сформулированные в абсолютной системе отсчёта, остаются справедливыми и во всех динамических инерциальных системах отсчёта для тех тел, для которых данная система отсчёта является инерциальной.

Представляется, что формулировка первого закона у Ньютона вызывала наибольшее затруднение. А. Н. Крылов, автор одного из лучших переводов “Начал” с латыни, обращает внимание на два возможных толкования первого закона динамики Ньютона, считая при этом, что ближе к оригиналу является следующая формулировка этого закона:

“*Всякое тело удерживает своё состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения, если оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние*”.

При этом А. Н. Крылов отмечает, что в таком толковании утверждается, что тело лишь постольку удерживает своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, поскольку уже приложенные к нему внешние силы в том не препятствуют. Именно это толкование данного закона оттеняет Ньютон в поясняющем примере: “*Брошенное тело продолжает удерживать своё движение, поскольку его не замедляет сопротивление воздуха и поскольку сила тяжести не побуждает это тело вниз*” [1]. В таком толковании первого закона Ньютона становится понятным, что в этом законе идёт речь о “*всяком теле*”, к которому приложена уравновешенная система сил, а не об изолированном теле, поскольку изолированное тело есть предмет изучения кинематики, но не динамики. Формулировка этого закона остаётся справедливой, например, и в случае равномерного и прямолинейного движения вагона, когда сила тяги уравновешивается силой сопротивления. Отклонить вагон от такого движения может только дополнительная сила, при этом приложенная к вагону система сил становится уже неуравновешенной.

Понятие изолированного тела в инерциальной системе отсчёта не применимо. Если тело изолированное, то оно не взаимодействует, в том числе, и с телом отсчёта, в таком случае связанная с этим телом отсчёта система отсчёта для рассматриваемого тела будет уже не динамической, а кинематической, в частности, псевдоинерциальной.

В псевдоинерциальных системах отсчёта первый закон Ньютона не выполняется. Отклонить движение свободного тела от равномерного и прямолинейного относительно таких систем отсчёта можно и без приложения к нему сил. Для этого достаточно, чтобы силы были приложены к телу, с которым связана данная псевдоинерциальная система отсчёта.

Псевдоинерциальные системы отсчёта равноправны, поэтому уравнение, свободного движения тела в одной из таких систем отсчёта

$$\bar{v} = \bar{C} = const. \qquad (1)$$

должно иметь один и тот же вид во всех других псевдоинерциальных системах отсчёта, то есть должно быть ковариантно относительно кинематического преобразования этих систем отсчёта, например, преобразования Галилея. Действительно, согласно этому преобразованию относительная скорость $\bar{v}'$ точки в другой псевдоинерциальной системе отсчёта, движущейся относительно исходной со скоростью $\bar{u} = const$, равна

$$\bar{v}' = \bar{v} - \bar{u} = \bar{C}'. \qquad (2)$$

Или, так как $\bar{v} = const$, $\bar{u} = const$, то

$$\bar{v}' = \bar{C}'(const). \qquad (3)$$

Сравнивая (1) и (3) видим, что уравнение (1) ковариантно относительно преобразования Галилея

$$\bar{v} = \mathbf{cov}\,ariant. \qquad (4)$$

то есть уравнения (1) и (3) имеют одинаковый вид: скорость одной и той же точки относительно каждой из рассматриваемых систем отсчёта равна константе. Но значения констант в уравнении (1) и уравнении (3) – разные! Заметим, что это обусловлено тем, что одна и та же точка не может иметь одинаковые начальные условия в движущихся друг относительно друга системах отсчёта, по крайней мере, по начальным скоростям.

Понятие ковариантности уравнения (1) при преобразовании кинематических псевдоинерциальных систем отсчёта, никакого отношения к первому закону Ньютона в инерциальных системах отсчёта не имеет. Действительно, выражение (1) в кинематических системах отсчёта выражает лишь следующее: **с**уществуют системы отсчёта, относительно которых одно и то же изолированное тело сохраняет своё состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения.

§ 6. Второй закон Ньютона в абсолютной и в инерциальных системах отсчёта

Из первого закона Ньютона следует, что ускорение данного тела относительно абсолютной системы отсчёта может быть обусловлено только приложенной к нему силой. Но из экспериментов было известно, что одна и та же сила ускоряет разные тела по-разному. Следовательно, ускорение тела само по себе не может быть мерой действия силы на тело. В работах предшественников Ньютона, в частности, в трёхтомном трактате Дж. Валлиса (1616 – 1703) “Механика или о движении” такая мера в теории соударения тел уже была введена и названа термином momentum как величина, пропорциональная скорости тела на его весу. Но Ньютон знает, что вес одного и того же тела, согласно закону тяготения, изменчив. И он вводит новое понятие – массы тела, которая пропорциональна его весу, и определяет количество движения тела как величину, пропорциональную массе тела и его скорости. Из опытов Галилея по свободному падению тел следовало, что такое движение тела раскладывается на два движения: равномерное в направлении начальной скорости, и ускоренное в направлении силы тяготения. В первом движении количество движения тела остаётся неизменным. Во втором движении отношение приращения количества движения тела к соответствующему приращению времени пропорционально силе тяготения к Земле. Ньютон обобщает этот опыт Галилея и формулирует второй закон динамики в абсолютной системе отсчёта в дифференциальной форме:

“*Изменение количества движения пропорционально движущейся силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует*” [1].

Поскольку этот закон сформулирован для гелиоцентрической системы отсчёта, то уравнение движения планет вокруг Солнца получено. А как быть, например, с движением Луны, которая движется относительно геоцентрической системы отсчёта и одновременно участвует в переносном движении этой системы отсчёта вокруг Солнца? Можно ли описать её движение вокруг Земли в геоцентрической системе отсчёта, используя второй закон? Ньютон даёт утвердительный ответ на этот вопрос, сопровождая его таким пояснением.

На малом промежутке времени, для которого сформулирован второй закон Ньютона, движение геоцентрической системы отсчёта относительно гелиоцентрической системы отсчёта можно считать поступательным равномерным и прямолинейным. Но тогда второй закон Ньютона, сформулированный для абсолютной системы отсчёта, оказывается справедливым и для геоцентрической системы отсчёта в силу установленного Галилеем принципа относительности. Правда, ещё остаётся одно сомнение: на конечном интервале времени движение геоцентрической системы отсчёта является не прямолинейным, а круговым, вследствие притяжения Земли, вместе с перемещающимися вместе с нею телами, к Солнцу? И принцип относительности в формулировке Галилея в этом случае не применим. И тогда Ньютон, опять-таки базируясь на экспериментах Галилея с падающими телами и своих с маятниками, в которых была установлена пропорциональность гравитационной и инертной масс, обобщает этот принцип:

“*Если несколько тел, движущихся как бы то ни было друг относительно друга, будет подвержено действию равных ускоряющих сил, направленных по параллельным между собою прямым, то эти тела продолжат двигаться друг относительно друга также, как если бы сказанные силы на них не действовали*” [1].

Этот принцип Ньютон сопровождает таким комментарием: “*Так как эти силы, действуя на все тела одинаково (соответственно массам этих тел), и по направлениям параллельным будут сообщать всем телам одинаковые скорости (по второму закону), то они ни в чём не изменят ни положений, ни движения тел друг относительно друг*” [1]. Именно этот, обобщённый Ньютоном принцип относительности в “падающих лифтах” в однородном гравитационном поле, следует называть принципом относительности Галилея – Ньютона.

Итак, второй закон Ньютона справедлив во всех динамических инерциальных системах отсчёта. Конечно, Ньютон лишь обосновал этот закон, обобщая экспериментальные факты и выводы из них своих предшественников. Как и всякий общий закон природы, логическому, формально-математическому доказательству этот закон не подлежит. “*Вся трудность физики и состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы, а затем по этим силам изъяснять остальные движения*”, – замечает Ньютон [1].

§ 7. Основное уравнение динамики точки в инерциальных и псевдоинерциальных системах отсчёта

Основное уравнение динамики точки в инерциальной системе отсчёта $\sum$ имеет вид

$$m\bar{a} = \bar{F}(t, \bar{r}, \bar{v}), \tag{5}$$

где m – масса материальной точки, $F(t, \bar{r}, \bar{v})$ – равнодействующая сил, приложенных к данной точке, которая зависит от времени t, радиус-вектора точки $\bar{r}$ и её скорости $\bar{v}$.

Чтобы записать уравнение (5) в псевдоинерцальной системе отсчёта $\sum'$, применим преобразование Галилея

$$\bar{r} = \bar{u}'t + \bar{r}', \qquad t = t', \tag{6}$$

где $u = const$ скорость движения системы отсчёта $\sum'$ по отношению к $\sum$. Тогда (5) принимает вид

$$m\bar{a}' = \bar{F}(t, \bar{u}'t + \bar{r}', \bar{u}' + \bar{v}') = \bar{F}'(t', \bar{r}', \bar{v}', \bar{u}'). \tag{7}$$

В отличие от инерциальных систем отсчёта, в уравнения движения физических процессов в псевдоинерциальной системе отсчёта входит скорость $\bar{u}'$ её движения относительно другой системы отсчёта. А это обозначает, что в разных псевдоинерциальных системах отсчёта один и тот же процесс наблюдается и описывается по-разному.

Пусть $\sum''$ будет другая кинематическая система отсчёта для той же материальной точки. Тогда, согласно преобразованию Галилея,

$$r = \bar{u}''t + \bar{r}'', \qquad t = t'', \tag{8}$$

уравнение (5) в системе $\sum''$ принимает вид

$$m\bar{a}'' = \bar{F}(t, \bar{u}''t + \bar{r}'', \bar{u}'' + \vec{v}'') = \bar{F}''(t'', \bar{r}'', \bar{v}'', \bar{u}''), \tag{9}$$

где $u'' = const$ – скорость движения системы отсчёта $\sum''$ относительно $\sum$.

Сравнивая (7) и (9), видим, что уравнение (7), записанное в одной из кинематических систем отсчёта, ковариантно относительно преобразования Галилея во всех других кинематических системах отсчёта, причём это преобразование обладает групповыми свойствами. Докажем последнее утверждение.

Преобразование Галилея

$$\bar{r}' = \bar{V}t + \bar{r}'', \qquad t = t' = t'', \qquad \bar{v}' = \bar{V} + \bar{v}'', \tag{10}$$

где V – относительная скорость систем отсчёта $\sum'$ и $\sum''$

$$\bar{V} = \bar{u}'' - \bar{u}' \tag{11}$$

приводит уравнение (7) к виду

$$\begin{aligned} m\bar{a}'' &= \bar{F}(t, (\bar{u}'' - \bar{V})t + (\bar{V}t + \bar{r}''), (\vec{u}'' - \bar{V}) + (\bar{V} + \bar{v}'')] = \\ &= \vec{F}(t, \vec{u}''t + \bar{r}'', \bar{u}'' + \bar{v}''), \end{aligned} \tag{12}$$

и мы получили уравнение (9), что подтверждает групповые свойства преобразований Галилея при переходе от одной псевдоинерцальной системы отсчёта к другой.

Ковариантность уравнений движения в псевдоинерциальных системах отсчёта относительно преобразования Галилея доказана. И в этом отношении коваринтность уравнений движения относительно преобразования Галилея в псевдоинерциальных системах отсчёта является кинематическим аналогом динамического принципа относительности Галилея в инерциальных системах отсчёта. Но между этими понятиями существует принципиальное различие. Ковариантность уравнений движения требует рассмотрения одного и того же процесса относительно разных псевдоинерциальных систем отсчёта. Принцип относительности Галилея требует рассмотрения идентичных процессов в каждой из инерциальных систем отсчёта.

§ 8. Разложение основного уравнения динамики точки в псевдоинерциальных системах отсчёта на динамическую и кинематическую части

Покажем, что если в уравнении (5) сила $\bar{F}(t,\bar{r},\bar{v})$ линейно зависит от координат и скорости, то уравнение (7) распадается на две части, одна из которых описывает динамическую часть движения точки, а другая – кинематическую.

Рассмотрим, например, уравнения линейных колебаний материальной точки в среде с сопротивлением, когда

$$F(x,\dot{x},t) = -cx - \mu\dot{x} + F_0 \sin(\omega t). \tag{13}$$

Уравнение колебаний в инерциальной системе отсчёта имеет вид

$$m\ddot{x} = -cx - \mu\dot{x} + F_0 \sin(\omega t), \tag{14}$$

Применив к (14) преобразование Галилея

$$x = ut + x', \quad t = t', \tag{15}$$

получим уравнение этих же колебаний в псевдоинерцальной системе отсчёта, которая движется относительно исходной инерциальной со скоростью $u = const$ в направлении оси x

$$m\ddot{x}' = -cx' - \mu\dot{x}' - (ct + \mu)u + F_0 \sin(\omega t). \tag{16}$$

Разложим координату x' на компоненты

$$x' = x'_{дин} + x'_{кин}, \tag{17}$$

где $x'_{дин}$ динамическая часть относительной координаты x' материальной точки, обусловленная приложенными к ней силами и $x'_{кин}$– кинематическая часть этой координаты, обусловленная движением самой кинематической системы отсчёта относительно исходной ИСО. Тогда уравнение (16) принимает вид

$$\begin{aligned} m(\ddot{x}'_{дин} + \ddot{x}'_{кин}) = -c(x'_{дин} + x'_{кин}) - \mu(\dot{x}'_{дин} + \dot{x}'_{кин}) - \\ -(ct + \mu)u + F_0 \sin(\omega t). \end{aligned} \tag{18}$$

Это уравнение распадается на два уравнения

$$m\ddot{x}'_{дин} = -cx'_{дин} - \mu\dot{x}'_{дин} + F_0 \sin(\omega t), \tag{19}$$

и

$$m\ddot{x}'_{кин} = -cx'_{кин} - \mu\dot{x}'_{кин} - (ct + \mu)u, \tag{20}$$

Уравнение (19) с точностью до обозначений координат совпадает с уравнением (14). Следовательно, уравнение (19) описывает ту часть относительного движения материальной точки в штрихованной псевдоинерцальной системе отсчёта, которое обусловлено приложенными к ней физическими силами – силой упругости, силой сопротивления среды и возмущающей гармонической силой. Формально уравнение (19) получается из уравнения (16) если в последнем положить $u = 0$, что соответствует покою штрихованной псевдоинерцальной системы отсчёта относительно исходной нештрихованной инерциальной системы отсчёта. В таком случае $x = x'_{дин}$ и тогда, с учётом разложения x' согласно (17), преобразование Галилея (15) можно переписать так:

$$x'_{дин} = ut + (x'_{дин} + x'_{кин}), \tag{21}$$

Откуда следует

$$x'_{кин} = -ut. \tag{22}$$

Решение (22) тождественно удовлетворяет дифференциальному уравнению (20). В таком случае решение дифференциального уравнения (16), в соответствии с (17), принимает вид

$$x' = x'_{дин} - ut, \tag{23}$$

где $x'_{дин}$ решение дифференциального уравнения (19) или, что одно и то же, решение дифференциального уравнения (14) в исходной инерциальной системе отсчёта. Следовательно, подвижный наблюдатель в псевдоинерцальной штрихованной системе отсчёта видит те же колебания материальной точки, что и наблюдатель в исходной инерциальной системе отсчёта, но движущейся относительно него со скоростью $-u$.

Таким образом, согласно (23), если решение линейного дифференциального уравнения некоторой динамической задачи в инерциальной системе отсчёта известно, то для того чтобы найти решение этой же динамической задачи в кинематической псевдоинерциальной системе отсчёта, достаточно к исходному динамическому решению применить соответствующее кинематическое преобразование, в данном случае – преобразование Галилея (15).

Заметим, что в силу решения (22) кинематическая часть движения материальной точки есть равномерное движение, которое не требует для своего поддержания каких-либо сил, так что в правой части уравнения (20) имеем выражения не для сил, а для псевдосилы упругости

$$J_{упр} = -c(x'_{кин} + ut) \tag{25}$$

и псевдо-силы сопротивления среды

$$J_{сопр} = -\mu(\dot{x}'_{кин} + u). \tag{26}$$

Появление псевдосил и псевдополей в уравнениях движения является характерной особенностью кинематических систем отсчёта.

§ 9. Акустический эффект Доплера в инерциальных и псевдоинерциальных системах отсчёта

В качестве примера, показывающего различие проявления и описания одного и того же явления в инерциальных и псевдоинерциальных системах отсчёта, рассмотрим акустический эффект Доплера.

В 1842 году Доплер показал, что частота звука, воспринимаемая приёмником, получается различной в зависимости от того, движется ли в лабораторной система отсчёта источник, а приёмник покоится, или, наоборот, движется приёмник, а источник покоится. Данный эффект наблюдается и в том случае, когда источник и приёмник движутся одновременно, но с разными скоростями. При этом в каждом из этих случаев рассматривается поступательное равномерное и прямолинейное движение источника и приёмника, как относительно лабораторной системы отсчёта, так и друг относительно друга. Физическая природа данного эффекта проявляется только с учётом понятия о динамических инерциальных и кинематических псевдоинерциальных системах отсчёта.

Исходный случай. Невозмущённая среда, источник и приёмник волн неподвижны относительно лабораторной системы отсчёта и участвуют в переносном движении этой системы отсчёта. Для динамических процессов, происходящих в среде, лабораторная система отсчёта (с известной точностью) является инерциальной. Источник колебаний, динамически воздействуя на частицы среды, возбуждает в ней волну с частотой, равной его собственной частоте колебаний ν_0. Приёмник регистрирует волновой процесс в лабораторной инерциальной системе отсчёта. Фазовая скорость волны u, её частота ν_0 и длина λ_0 связаны соотношением

$$u = \lambda_0 \nu_0 . \qquad (27)$$

Случай 1. Источник волн движется, приёмник покоится относительно среды. И в этом случае приёмник, покоящийся относительно среды, регистрирует волновой процесс в лабораторной инерциальной системе отсчёта. Параметры волны связаны соотношением

$$u = \lambda_* \nu_* . \qquad (28)$$

Здесь учтено, что фазовая скорость волны u определяется только физическими свойствами среды, и не зависит от того, покоится источник в среде или движется относительно неё. Но длина волны λ_* при движущемся со скоростью v_* источнике и её частота ν_* уже будут отличаться от длины волны и частоты при покоящемся источнике. Время прохождения волной расстояния, равного длине волны при неподвижном источнике, равно λ_0/u. За это время источник продвинется на расстояние $\mathrm{v}_*(\lambda_0/u)$. Тогда длина волны, при движущемся в направлении волны источнике, уменьшится и будет равна

$$\lambda_* = \lambda_0 - \mathrm{v}_* (\lambda_0/u) = \lambda_0 [1 - (\mathrm{v}_*/u)]. \qquad (29)$$

Исключая параметр волны u из равенств (27) и (28), с учётом (29), находим частоту волны, регистрируемую покоящимся приёмником при движущемся источнике

$$\nu_* = \nu_0 [1 - (\mathrm{v}_*/u)]^{-1}. \qquad (30)$$

При этом эффект Доплера для случая, когда источник волн движется, а приёмник покоится относительно среды, обусловлен динамическим процессом взаимодействия источника волн и среды.

Случай 2. Источник волн покоится, приёмник движется относительно среды. В этом случае волновой процесс, который происходит в лабораторной ИСО, регистрируется в системе отсчёта, связанной с движущимся со скоростью v приёмником. Приёмник тем точнее регистрирует данный процесс, чем меньшее возмущение в этот процесс он вносит. В идеале рассматриваем движущийся приёмник, который не взаимодействует со средой и не изменяет физических параметров волны в среде. В таком случае, система отсчёта приёмника для рассматриваемого волнового процесса в среде является псевдоинерциальной. Движение системы отсчёта приёмника относительно среды обусловит изменение таких регистрируемых в этой системе отсчёта параметров волны, как её скорость u' и частота волны ν'. Длина волны при этом остаётся такой же, как и в исходном случае, то есть λ_0. Параметры волны теперь связаны соотношением

$$u' = \lambda_0 \nu'. \qquad (31)$$

Если приёмник движется в направлении движения волны, то, согласно преобразованию Галилея,

$$u' = u - \mathrm{v}. \qquad (32)$$

Исключая из равенств (27) и (31) параметр λ_0, с учётом (32) находим частоту волны, регистрируемую движущимся приёмником при покоящемся источнике

$$\nu' = \nu_0 [1 - (\mathrm{v}/u)]. \qquad (33)$$

При этом эффект Доплера для случая, когда источник волн покоится, а приёмник движется относительно среды, обусловлен кинематической относительностью наблюдаемого процесса.

Случай 3. Источник волн и приёмник движутся относительно среды

И в этом случае волновой процесс, который происходит в лабораторной ИСО, регистрируется в псевдоинерцальной системе отсчёта, связанной с движущимся приёмником. Вследствие движения источника физические параметры установившейся в среде волны удовлетворяют соотношению (28). Измеряемые же движущимся приёмником параметры удовлетворяют соотношению

$$u' = \lambda_* \nu', \qquad (34)$$

то есть, остаётся неизменной длина волны в среде λ_* при движущемся источнике. Исключая из равенств (28) и (34) параметр λ_*, с учётом (30) и (32), получим частоту волны, регистрируемую движущимся приёмником при движущемся источнике

$$\nu' = \nu_0 [1 - (\mathrm{v}/u)][1 - (\mathrm{v}_*/u)]^{-1}. \qquad (35)$$

При этом эффект Доплера для случая, когда источник волн и приёмник движутся относительно среды одновременно, с одной стороны, обусловлен динамическим процессом взаимодействия источника волн и среды вследствие движения источника, с другой стороны – кинематической относительностью наблюдаемого процесса вследствие движения приёмника.

§ 10. Основное уравнение динамики точки в неинерциальных системах отсчёта

Основное уравнение динамики материальной точки в динамической неинерциальной системе отсчёта может быть получено с помощью исходных принципов и законов Ньютона. Пусть вначале относительно динамической инерциальной системы отсчёта $\sum$, принимаемой за неподвижную (например, система отсчёта, связанная с поверхностью Земли), движется другая система отсчёта $\sum'$ (например, система отсчёта, связанная с кораблём), которая для рассматриваемой материальной точки является динамической инерциальной (например, математический маятник с неподвижной точкой подвеса в трюме корабля). Тогда движение этой точки в инерциальной системе отсчёта $\sum'$ описывается уравнением

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k. \tag{36}$$

Сообщим теперь этой динамической системе отсчёта $\sum'$ произвольное движение относительно $\sum$. Материальная точка (математический маятник в трюме корабля), двигаясь относительно штрихованной системы отсчёта $\sum'$, участвует в ускоренном движении этой системы отсчёта по отношению к $\sum$. Тогда, кроме относительного ускорения материальной точки, обусловленного приложенными к ней силами согласно (36), у неё появится переносное и кориолисово ускорения, причём в направлении переносного ускорения со стороны тела отсчёта на эту материальную точку будет действовать сила реакции $\bar{N}^{tr}$, а в направлении кориолисового ускорения – сила реакции $\bar{N}^{Cor}$. Согласно второму закону Ньютона,

$$m\bar{a}^{tr} = \bar{N}^{tr}, \tag{37}$$

$$m\bar{a}^{Cor} = \bar{N}^{Cor}. \tag{38}$$

Складывая левые и правые части равенств (36), (37) и (38), т. е. применяя принцип независимости действия сил классической механики Ньютона, получим

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor}. \tag{39}$$

где переносная сила инерции $\bar{F}^{tr}$ и кориолисова сила инерции $\bar{F}^{Cor}$ даются выражениями

$$\bar{F}^{tr} = -m\bar{a}^{tr},\ \bar{F}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor}. \tag{40}$$

Появившиеся в уравнении (39) переносная и кориолисова силы инерции являются физическими силами, обусловленными соответствующими силами реакций $\bar{N}^{tr}$, $\bar{N}^{Cor}$ и удовлетворяющими третьему закону Ньютона согласно (37), (38).

Заметим, что, несмотря на выполнение равенств (37), (38), взаимно противоположные силы N^{tr} и $\bar{F}^{tr}$, $\bar{N}^{Cor}$ и $\bar{F}^{Cor}$ в уравнении (39) не компенсируются, так как силы реакции N^{tr} и $\bar{N}^{Cor}$ являются поверхностными силами, в то время, как $\overline{F}^{tr}$ и $\overline{F}^{Cor}$ являются силами объёмными. О том, что здесь нет компенсации этих сил, наглядно видно из другой формы записи уравнения (39), так как с учётом (40) уравнение (39) преобразуется в уравнение движения материальной точки относительно исходной инерциальной системы отсчёта $\sum$ и принимает вид

$$m\overline{a} = \sum \overline{F}_k + \overline{N}^{tr} + \overline{N}^{Cor}, \tag{41}$$

<u>Пример.</u> Рассмотреть затухающие линейные колебания математического маятника в системе отсчёта $O'x'y'$ (тележки), которая движется поступательно относительно неподвижной системы отсчёта Oxy поверхности Земли (лабораторной) с ускорением $\overline{q}$. Точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в системе отсчёта $O'x'y'$ тележки.

Решение.

Система отсчёта $O'x'y'$ является для маятника динамической неинерциальной. Основное уравнение динамики точки (39) в этом случае принимает вид

$$m\overline{a}' = \overline{P} + \overline{T} + \overline{R} + \overline{T}' + \overline{F}^{tr}, \tag{42}$$

$\overline{T}'$ – та часть силы реакции нити, которая обеспечивает перемещение груза маятника вместе с тележкой с ускорением $\overline{q}$, в силу чего возникает физическая переносная сила инерции

$$\overline{F}^{tr} = -mq. \tag{43}$$

Вводя полную силу реакции нити маятника

$$\overline{T}* = \overline{T} + \overline{T}', \tag{44}$$

перепишем уравнение (42) в виде

$$m\overline{a}' = \overline{P} + \overline{T}^* + \overline{R} + \overline{F}^{tr}. \tag{45}$$

Проектируя (45) на направление касательной к траектории груза маятника в штрихованной системе отсчёта, получим дифференциальное уравнение колебаний маятника

$$\ddot{\varphi}' + 2n\dot{\varphi}' + k_1^{\,2}\varphi' = -ql^{-1}, \tag{46}$$

решая которое, находим

$$\varphi' = e^{-nt}\left(C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t\right) - \frac{q}{lk_1^{\,2}}, \tag{47}$$

$$x' = l\sin\varphi', \quad y' = l\cos\varphi', \tag{48}$$

$$T* = ml\dot{\varphi}'^2 + P\cos\varphi' - mq\sin\varphi'. \tag{49}$$

Переносная сила инерции в этой задаче $\overline{F}^{tr}$ является физической или реальной, которая привела к отклонению местной вертикали на угол $\varphi_0 = q/lk_1^2$ и проявляется она как сила противодействия со стороны нити маятника на его точку подвеса.

§ 11. Основное уравнение динамики точки в псевдонеинерциальных системах отсчёта

Запишем основное уравнение динамики материальной точки в инерциальной системе отсчёта $\sum$, принятой за неподвижную

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_k. \tag{50}$$

Движение этой же самой материальной точки рассмотрим относительно другой, произвольно движущейся псевдонеинерциальной системы отсчёта $\sum'$. Применяя кинематическое преобразование систем отсчёта

$$\bar{r} = \bar{r}_{0'} + \bar{r}', \qquad t = t', \tag{51}$$

из (50) получим основное уравнение динамики точки в системе отсчёта $\sum'$

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}, \tag{52}$$

где

$$\bar{J}^{tr} = -m\bar{a}^{tr}, \tag{53}$$

$$\bar{J}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor}. \tag{54}$$

Появившиеся в уравнении (52) переносная $\bar{J}^{tr}$ и кориолисова $\vec{J}^{Cor}$ псевдосилы инерции есть результат кинематического, формально-математического преобразования систем отсчёта. Появление этих псевдосил не обусловлено динамикой взаимодействия рассматриваемой материальной точки с другими телами или полями, а появлением добавочных ускорений $\bar{a}^{tr}, \bar{a}^{Cor}$ у данной материальной точки в системе отсчёта $\sum'$ вследствие движения самой этой системы отсчёта относительно системы отсчёта $\sum$.

Пример. Рассмотреть затухающие линейные колебания математического маятника относительно системы отсчёта $O'x'y'$ (тележки), которая движется поступательно относительно лабораторной системы отсчёта Oxy с ускорением $\bar{q}$. Точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в лабораторной системе отсчёта.

Решение.

С известной точностью лабораторная система отсчёта для маятника является инерциальной, которую принимаем за неподвижную. Считаем, что в начальный момент времени начала неподвижной и подвижной штрихованной систем отсчёта совпадают с точкой подвеса маятника и их оси параллельны. Движение штрихованной системы отсчёта происходит в положительном направлении оси x. В этом случае маятник не принимает участия в движении штрихованной системы отсчёта, поэтому эта система отсчёта для него является псевдонеинерциальной. Тогда основное уравнение динамики (52) груза маятника принимает вид

$$m\bar{a}' = \bar{P} + \bar{T} + \bar{R} + \bar{J}^{tr}, \tag{55}$$

где $\bar{P}, \bar{T}, \bar{R}, \bar{J}^{tr}$, соответственно, сила тяжести груза, сила реакции нити, сила сопротивления среды и переносная псевдосила инерции груза.

В силу кинематического преобразования

$$\bar{r} = \frac{1}{2}\bar{q}t^2 + \bar{r}', \qquad t = t' \tag{56}$$

получим

$$\bar{R} = -\mu\,\bar{\mathrm{v}} = -\mu(\bar{q}t + \bar{\mathrm{v}}'), \qquad \bar{J}^{tr} = -m\bar{q}\,. \tag{57}$$

Проектируя (55) на направление касательной к траектории груза маятника в неподвижной системе отсчёта, с учётом соотношений $\mathrm{v}'_\tau = \mathrm{v}_\tau - q_\tau t$, $a'_\tau = a_\tau - q_\tau$, и принимая во внимание, что в силу преобразования (56) $\varphi = \varphi'$, получим уравнение колебаний маятника в штрихованной системе отсчёта.

$$\ddot{\varphi}' + 2n\dot{\varphi}' + k_1^{\,2}\varphi' = 0. \tag{58}$$

Тогда

$$\varphi' = e^{-nt}\left(C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t\right), \tag{59}$$

$$x' = l\sin\varphi' - \frac{qt^2}{2}, \quad y' = l\cos\varphi', \tag{60}$$

$$T = ml\dot{\varphi}'^2 + P\cos\varphi'. \tag{61}$$

Сравним это решение с известным решением уравнения колебаний этого же маятника в исходной инерциальной (лабораторной) системе отсчёта, принятой за неподвижную

$$\varphi = e^{-nt}\left(C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t\right), \tag{62}$$

$$x = l\sin\varphi', \quad y = l\cos\varphi', \tag{63}$$

$$T = ml\dot{\varphi}^2 + P\cos\varphi. \tag{64}$$

Видно, что из штрихованной псевдонеинерциальной системы отсчёта наблюдаются те же колебания маятника, что и из неподвижной системы отсчёта, но удаляющиеся от подвижного наблюдателя с ускорением q в отрицательном направлении оси x.

Сравнение решения приведенных двух задач о колебаниях маятника в кинематической псевдо-неинерциальной (59) – (61) и динамической неинерциальной (47) – (49) системах отсчёта выявляет их принципиальное различие. Во-первых, в динамической неинерциальной системе отсчёта возникла дополнительная сила реакции нити T', приложенная к грузу маятника. Во-вторых, в динамической неинерциальной системе отсчёта переносная сила инерции $\bar{F}^{tr}$ привела к отклонению местной вертикали маятника на угол $\varphi_0 = q/lk_1^2$. В кинематической псевдонеинерциальной системе отсчёта псевдосила инерции $\bar{J}^{tr}$ никакой дополнительной силы реакции нити не вызывает и направление местной вертикали маятника не меняет.

§ 12. Разложение основного уравнения динамики точки в псевдонеинерциальных системах отсчёта на динамическую и кинематическую части

Представим основное уравнение динамики точки в псевдонеинерциальной системе отсчёта (52) в виде

$$m(\bar{a}'_{din}+\bar{a}'_{kin}) = \bar{F} + \bar{N} + \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}, \qquad (65)$$

где a'_{din} динамическая часть относительного ускорения материальной точки, обусловленная приложенными к ней силами и, a'_{kin} – кинематическая часть относительного ускорения, обусловленная ускоренным движением самой кинематической системы отсчёта относительно исходной ИСО. Уравнение (65) распадается на два уравнения

$$m\bar{a}'_{din} = \bar{F} + \bar{N}\ , \qquad (66)$$

$$m\bar{a}'_{kin} = \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}, \qquad (67)$$

где $\bar{J}^{tr}$, $\bar{J}^{Cor}$ – соответственно переносная и кориолисова псевдосилы инерции. Первое из этих уравнений (66) описывает динамическую часть относительного движения материальной точки, обусловленную приложенными к ней силами. Второе уравнение (67) описывает кинематическую часть относительного движения материальной точки, обусловленную ускоренным движением самой кинематической псевдонеинерциальной системы отсчёта. Отсюда следует вывод. Если решение линейного дифференциального уравнения некоторой динамической задачи в инерциальной системе отсчёта известно, то для того чтобы найти решение этой же динамической задачи в кинематической псевдонеинерциальной системе отсчёта, достаточно к полученному решению в инерциальной системе отсчёта применить соответствующее кинематическое преобразование. В рассмотренном выше примере, применяя к решению (62) – (64) преобразование (56), записанное в координатной форме, сразу получаем решение (59) – (61).

§ 13. Основное уравнение динамики точки в неинерциальной системе отсчёта, преобразованное к псевдонеинерциальной системе отсчёта

Основное уравнение динамики точки в неинерциальной системе отсчёта Σ', принимаемой за неподвижную,

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor} \qquad (68)$$

преобразованием к кинематической ускоренной системе отсчёта Σ''

$$\bar{r}' = \bar{r}_{0''} + \bar{r}'', \qquad t = t' \qquad (69)$$

приводится к виду

$$m\bar{a}'' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor} + \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}. \qquad (70)$$

Последнее уравнение распадается на две части – динамическую

$$m\bar{a}''_{дин} = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor} \qquad (71)$$

и кинематическую

$$m\bar{a}''_{кин} = \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}, \tag{72}$$

где $\bar{F}^{tr}$, $\bar{J}^{Cor}$ – соответственно, динамическая переносная и кориолисова силы инерции и $\bar{J}^{tr}$, $\bar{J}^{Cor}$ – кинематическая переносная и кориолисова псевдосилы инерции. При этом заметим, что $\bar{F}^{tr}$, $\bar{F}^{Cor}$ определяются движением динамической неинерциальной системы отсчёта $\sum'$ относительно исходной инерциальной, а $\bar{J}^{tr}$, $\bar{J}^{Cor}$ определяются движением кинематической системы отсчёта $\sum''$ относительно $\sum'$.

§ 14. Основное уравнение динамики точки, частично вовлекаемой в движение неинерциальной системы отсчёта

Выше рассматривалось основное уравнение динамики точки в системе отсчёта, которая является для данной материальной точки или полностью динамической, или полностью кинематической. Рассмотрим промежуточный случай, когда одна и та же система отсчёта является для данной материальной точки частично динамической, частично кинематической.

Пусть материальная точка движется относительно динамической для неё системы отсчёта $\sum'$. Если система отсчёта $\sum'$ движется поступательно, равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы отсчёта $\sum$, то уравнение движения этой материальной точки относительно $\sum'$ имеет вид

$$m\bar{a}'_{дин} = \sum \bar{F}_k. \tag{73}$$

Сообщим этой динамической системе отсчёта $\sum'$ произвольное движение относительно $\sum$. Материальная точка, двигаясь относительно штрихованной системы отсчёта $\sum'$, участвует в ускоренном движении этой системы отсчёта по отношению к $\sum$. Пусть теперь эта материальная точка вовлекается в переносное движение системы отсчёта $\sum'$ лишь частично с коэффициентом вовлечения α, причём

$$\alpha = 1 - k, \tag{74}$$

где $k = const$, коэффициент проскальзывания материальной частицы.

Кроме относительного ускорения материальной точки, обусловленного приложенными к ней силами согласно (73), у неё появится переносное и кориолисово ускорения, обусловленные её взаимодействием с телом отсчёта. При этом в направлении переносного ускорения на эту материальную точку будет действовать сила реакции $\bar{N}^{tr}$, а в направлении кориолисового ускорения – сила реакции $\bar{N}^{Cor}$, причём с учётом частичного вовлечения частицы в переносное движение системы отсчёта

$$m(1-k)\,\bar{a}^{tr} = \bar{N}^{tr}, \tag{75}$$

$$m(1-k)\,\bar{a}^{Cor} = \bar{N}^{Cor}. \tag{76}$$

Кинематическая часть ускорения этой же материальной точки, обусловленная её проскальзыванием относительно $\sum'$, удовлетворяет соотношению

$$m\bar{a}'_{кин} = \bar{J}^{tr} + \bar{J}_{Cor}, \tag{77}$$

где

$$-mk\bar{a}^{tr} = J^{tr}, \tag{78}$$

$$-mk\bar{a}^{Cor} = J^{Cor}. \tag{79}$$

Складывая левые и правые части равенств (73), (75), (76) и (77), получим

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor} + \bar{J}^{tr} + \bar{J}_{Cor}, \tag{80}$$

где переносная сила инерции $\bar{F}^{tr}$ и кориолисова сила инерции $\bar{F}^{Cor}$ даются выражениями

$$-m(1-k)\,\bar{a}^{tr} = \bar{F}^{tr}, \tag{81}$$

$$-m(1-k)\,\bar{a}^{Cor} = \bar{F}^{Cor}. \tag{82}$$

С учётом выражений для псевдосил инерции (78), (79) и сил инерции (81), (82), уравнение (80) можно представить в виде

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \vec{Q}^{tr} + \vec{Q}^{Cor}, \tag{83}$$

где подразделение на силы и псевдосилы инерции остаётся скрытым, причём

$$-m\bar{a}^{tr} = \bar{Q}^{tr}, \tag{84}$$

$$-m\,\bar{a}^{Cor} = \bar{Q}^{Cor}. \tag{85}$$

Мы рассмотрели случай, когда коэффициент скольжения частицы в направлении её переносного и кориолисового ускорений одинаков. В более общем случае может оказаться, что по этим двум ускорениям коэффициенты скольжения разные. Например, при движении грузика вдоль гладкой равномерно вращающейся трубки коэффициент скольжения для переносного ускорения $k_1 = 1$ (полное скольжение грузика вдоль трубки), а коэффициент скольжения для кориолисового ускорения $k_2 = 0$ (полное вовлечение грузика во вращение трубки). Уравнение (80) грузика в этом случае в системе отсчёта вращающейся трубки принимает вид

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{Cor} + \bar{J}^{tr}. \tag{86}$$

В более общем случае коэффициенты k_1 и k_2 могут зависеть от времени, координат и скорости точки, что особенно характерно для динамики вихрей (смерчей) с постепенным вовлечением во вращение всё новых и новых порций частиц. Причём эта зависимость коэффициентов скольжения от названных параметров может быть как линейной, так и нелинейной. В последнем случае следует ожидать проявления всех тех особенностей, которые характерны для нелинейных и параметрических колебаний систем.

Глава 2. **ЭЛЕКТРОДИНАМИКА**

§ 15. Электродинамические уравнения Максвелла в инерциальных и псевдоинерциальных системах отсчёта

Согласно современным физическим представлениям, уравнения Максвелла в системе отсчёта физического вакуума $\sum^0$ для электрического заряда плотности ρ_e^0, движущегося со скоростью $\overline{\mathrm{v}}^0$, имеют вид

$$div\,\overline{E}^0 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e^0, \tag{87}$$

$$rot\,\overline{E}^0 = -\frac{\partial B^0}{\partial t^0}, \tag{88}$$

$$div\,\overline{B}^0 = 0, \tag{89}$$

$$rot\,\overline{B}^0 = \mu_0\rho_e^0\overline{\mathrm{v}}^0 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \overline{E}^0}{\partial t^0}, \tag{90}$$

где ε_0, μ_0 – электрическая и магнитная постоянная, т. е.

$$\varepsilon_0 = const, \quad \mu_0 = const, \quad c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2} = const, \tag{91}$$

c – скорость распространения фронта электромагнитной волны (света) в системе отсчёта $\sum^0$, которая входит в уравнения Максвелла как мировая константа и интерпретируется в современной физике как скорость света в физическом вакууме.

Пусть заряд ρ_e движется вместе с некоторой инерциальной для него системой отсчёта $\sum$ и, одновременно, относительно этой системы отсчёта со скоростью $\overline{\mathrm{v}}$. В этом случае, согласно динамическому принципу относительности Галилея – Ньютона, подтверждённому экспериментально не только для механических, но и для электродинамических процессов, уравнения Максвелла в ИСО $\sum$ имеют тот же вид, что и в системе отсчёта $\sum^0$

$$div\,\overline{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{92}$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{93}$$

$$div\,\overline{B} = 0, \tag{94}$$

$$rot\,\overline{B} = \mu_0\rho_e\overline{\mathrm{v}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} \tag{95}$$

с теми же значениями констант согласно (91).

Особо следует подчеркнуть, что система уравнений Максвелла в системе отсчёта $\sum$ есть не результат кинематического преобразования систем отсчёта, а следствие экспериментального факта – принципа относительности Галилея – Ньютона. Поэтому физический смысл константы c в уравнениях Максвелла (92) – (95) остаётся тем же, что и в уравнениях (87) – (90) – это не скорость света относительно системы отсчёта $\sum$, а скорость света относительно системы отсчёта $\sum^0$, которая, согласно эксперименту, не зависти от того, покоится или движется относительно $\sum^0$ источник света. Это является следствием того факта, что фотон не имеет массы покоя, поэтому он, в отличие от материальной частицы, не сохраняет скорости движения своего источника. Как первый закон Ньютона, так и принцип относительности Галилея к фотону не применимы. Поэтому у нас нет никаких оснований утверждать, что скорость света в вакууме есть константа, которая сохраняет смысл скорости света относительно каждой из инерциальных систем отсчёта, как того требует принцип относительности Галилея. Скорость света в вакууме входит в уравнения Максвелла во всех инерциальных системах отсчёта как мировая константа.

В теории движущихся зарядов возникла также следующая задача. Дано движение электрического заряда ρ_e в динамической, для этого заряда, инерциальной системе отсчёта $\sum$. Необходимо описать поле этого же заряда в псевдоинерцальной для него системе отсчёта $\sum'$. То есть заряд ρ_e в переносное движение системы отсчёта $\sum'$ не вовлекается. При этом $\sum'$ движется относительно $\sum$ со скоростью $\bar{u} = const$.

Чтобы описать в $\sum'$ процесс, который происходит в $\sum$, применим кинематическое преобразование Галилея

$$\bar{r} = \bar{r}' + \bar{u}t, \qquad t = t', \qquad \bar{\mathrm{v}} = \bar{\mathrm{v}}' + \bar{u}, \tag{96}$$

к системе уравнений (92 – 95).

Выведем некоторые вспомогательные соотношения. Применив к функции $f(\bar{r}, t)$ преобразования Галилея (96), получим

$$f(\bar{r}, t) = f(\bar{r}' + \bar{u}t', t') = f'(r', t'). \tag{97}$$

Далее находим

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f'}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} + \frac{\partial f'}{\partial \bar{r}'}\frac{\partial \bar{r}'}{\partial t}, \tag{98}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{r}} = \frac{\partial f'}{\partial \bar{r}'}\frac{\partial \bar{r}'}{\partial \bar{r}}. \tag{99}$$

Принимая также во внимание, что

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = 1, \quad \frac{\partial r'}{\partial t} = -\bar{u}, \quad \frac{\partial \bar{r}'}{\partial \bar{r}} = \delta, (\delta_{ij} = 1, i = j; \ \delta_{ij} = 0, i \neq j), \tag{100}$$

из (98) и (99) получаем следующие соотношения между операторами в штрихованной и нештрихованной системах отсчёта

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}', \quad \overline{\nabla} = \overline{\nabla}'. \tag{101}$$

С учётом (101), уравнения Максвелла (92 – 95), после применения к ним кинематического преобразования Галилея, принимают следующий вид в псевдоинерцальной системе отсчёта $\sum'$

$$div\overline{E}' = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{102}$$

$$rot\,\overline{E}' == -(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{B}', \tag{103}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{104}$$

$$rot\,\overline{B}' = \mu_0\rho_e(\overline{u} + \overline{\text{v}}') + \frac{1}{c^2}(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{E}', \tag{105}$$

опять-таки, с теми же значениями констант согласно (91).

Здесь следует сделать следующее существенное замечание. Уравнения (102) – (105) в системе отсчёта $\sum'$ получены в результате кинематического преобразования, применённого к уравнениям (92 – 95) в системе отсчёта $\sum$. Согласно общепринятой точке зрения, скорость c при этом не преобразуется, и в уравнения (102) – (105) эта скорость входит, опять-таки, как мировая константа, но не как скорость света относительно системы отсчёта $\sum'$.

Выделим в системе уравнений (102) – (105) члены, обуславливающие нековариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея. В результате эта система уравнений примет вид

$$div\overline{E}' = \frac{1}{\mu_0}\rho_e, \tag{106}$$

$$rot\,\overline{E}' == -\frac{\partial}{\partial t'}B' + \left[(u\nabla')\overline{B}'\right], \tag{107}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{108}$$

$$rot\,\overline{B}' = \mu_0\rho_e\overline{v}' + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}E' + \left[\mu_0\rho_e\overline{u} - \frac{1}{c^2}(\overline{u}\overline{\nabla}')\overline{E}'\right]. \tag{109}$$

Как и следовало ожидать, нековариантность системы уравнений (92 – 95) и (102) – (105) обусловлена конвективным током и конвективной производной от векторов поля – члены в квадратных скобках.

Пример. Электрический заряд q' покоится в начале штрихованной ИСО $\sum'(x', y', z', t')$ движущегося трамвая, а заряд q покоится в начале нештрихованной ИСО $\sum(x, y, z, t)$ движущейся Земли. При этом штрихованная система отсчёта движется вместе с нештрихованной и одновременно относительно неё со скоростью $\bar{u} = const$ в положительном направлении оси x. Найти поля этих зарядов в каждой из систем отсчёта.

а) Поле заряда q' в ИСО $\sum'$. $\sum'$ является для заряда q' динамической ИСО, поэтому следует применить систему уравнений Максвелла в форме (92 – 95).
В результате находим скалярный и векторный потенциалы

$$\phi' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{r'}, \qquad \bar{A}' = 0; \tag{110}$$

б) Поле заряда q в ИСО $\sum$. Этот случай аналогичен предыдущему, т. е. $\sum$ является для заряда q динамической ИСО, поэтому следует применить систему уравнений Максвелла (92 – 95). В результате находим скалярный и векторный потенциалы

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \qquad \bar{A} = 0; \tag{111}$$

в) Поле заряда q' в ИСО $\sum$. Заряд q' движется вместе с системой отсчёта $\sum$ и одновременно относительно неё со скоростью $\bar{\mathrm{v}} = \bar{u}$. Следовательно, $\sum$ является для заряда q' динамической ИСО, поэтому необходимо применить систему уравнений Максвелла (92 – 95). Применяя для решения этой системы уравнений метод Хэвисайда запаздывающих интегралов, находим

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{\left[(x-ut)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)\right]^{1/2}}, \tag{112}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'\bar{\mathrm{v}}}{c^2\left[(x-ut)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)\right]^{1/2}}; \tag{113}$$

г) Поле заряда q в $\sum'$. Заряд q не движется вместе с системой отсчёта $\sum'$, но относительно неё он движется со скоростью $\bar{\mathrm{v}}' = -\bar{u}$. Следовательно, $\sum'$ является для заряда q псевдоинерциальной, поэтому необходимо применить систему уравнений (102 – 105), которая в этом случае, принимает вид

$$div\bar{E}' = \frac{1}{\varepsilon_0} q\delta(x' - ut), \tag{114}$$

$$rot\,\bar{E}' = 0, \tag{115}$$

$$div\,\bar{B}' = 0, \tag{116}$$

$$rot\,\bar{B}' = 0. \tag{117}$$

Здесь учтено, что, так как поле заряда q в системе $\sum$ стационарно, то

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \bar{u}\overline{\nabla}' = 0, \tag{118}$$

и, кроме того, $\bar{u} + \bar{v}' = 0$. Из системы уравнений (114 – 117) находим

$$\phi' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\left[(x'+ut)^2 + y'^2 + z'^2\right]^{1/2}}, \qquad \bar{A}' = 0. \tag{119}$$

Из (119) следует: а) эквипотенциальные поверхности заряда q в кинематической системе отсчёта $\sum'$ есть сферические поверхности, движущиеся вместе с этим зарядом в отрицательном направлении оси x'; б) конвективный ток, обусловленный движением кинематической системой отсчёта $\sum'$, магнитного поля не создаёт.

§ 16. Разложение электродинамических уравнений Максвелла в псевдоинерциальных системах отсчёта на динамическую и кинематическую части

Разложим входящую в уравнения Максвелла (102) – (105) относительную скорость заряда $\bar{v}'$ на две компоненты

$$\bar{v}' = \bar{v}'_{din} + \bar{v}'_{kin}, \tag{120}$$

где $\bar{v}'_{din}$ та часть относительной скорости заряда, которая обусловлена его движением относительно системы отсчёта $\sum$, и $\bar{v}'_{kin}$ та часть относительной скорости заряда, которая обусловлена движением самой кинематической системы отсчёта $\sum'$ относительно системы отсчёта $\sum$.

Разложим вектора полей $\bar{E}'$ и $\bar{B}'$ на такие же компоненты:

$$\bar{E}' = \bar{E}'_{din} + \bar{E}'_{kin}, \tag{121}$$

$$\bar{B}' = \bar{B}'_{din} + \bar{B}'_{kin}, \tag{122}$$

где $\bar{E}'_{din}$, $\bar{B}'_{din}$ – вектора полей, обусловленные наличием зарядов и их движением в системе отсчёта $\sum$, а $\bar{E}'_{kin}$, $\bar{B}'_{kin}$ – вектора псевдополей, обусловленные движением самой кинематической СО $\sum'$ относительно системы отсчёта $\sum$. Примем также во внимание, что переносная скорость заряда $\bar{u}$ обусловлена только движением кинематической системы отсчёта $\sum'$ относительно системы отсчёта $\sum$, так что

$$\bar{v}'_{\mathrm{kin}} = -\bar{u}. \tag{123}$$

С учётом (120) – (123), система уравнений (102) – (105) распадается на две системы уравнений, образующих, соответственно, динамическую (124) – (127) и кинематическую (128) – (131) части уравнений (102) – (105):

$$div\overline{E}'_{din} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{124}$$

$$rot\overline{E}'_{din} = -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}'_{din} + \overline{u}\overline{\nabla}'\overline{B}'_{din}, \tag{125}$$

$$div\overline{B}'_{din} = 0, \tag{126}$$

$$rot\overline{B}'_{dun} = \mu_0\rho_e\overline{\mathrm{v}}'_{din} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}'_{din} - \frac{1}{c^2}\overline{u}\overline{\nabla}'\overline{E}'_{din}, \tag{127}$$

$$div\overline{E}'_{kin} = 0, \tag{128}$$

$$rot\overline{E}'_{kin} = -(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{B}'_{kin}, \tag{129}$$

$$div\overline{B}'_{kin} = 0, \tag{130}$$

$$rot\overline{B}'_{kin} = \frac{1}{c^2}(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{E}'_{kin}. \tag{131}$$

Поскольку движение кинематической системы отсчёта не может изменить динамических параметров физической системы, то конвективные производные в уравнениях (125), (127) от динамических компонент поля равны нулю, и тогда эта система уравнений принимает вид

$$div\overline{E}'_{din} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{132}$$

$$rot\overline{E}'_{din} = -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}'_{din}, \tag{133}$$

$$div\overline{B}'_{din} = 0, \tag{134}$$

$$rot\overline{B}'_{dun} = \mu_0\rho_e\overline{\mathrm{v}}'_{\mathrm{din}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}'_{din}, \tag{135}$$

что с точностью до обозначений совпадает с исходными электродинамическими уравнениями (92) – (95). В таком случае уравнения (132) – (135) относятся к системе отсчёта $\sum'$, покоящейся относительно исходной инерциальной системы отсчёта $\sum$. То есть уравнения (132) – (135) получаются из уравнений (124) – (127), если в последних положить $\overline{u} = 0$.

Таким образом, решение электродинамических уравнений (102) – (105) для векторов поля _$\overline{E}'$, $\overline{B}'$ в псевдоинерциальной системе отсчёта $\sum'$, получается из решения электродинамических уравнений (92) – (95) в инерциальной системе отсчёта $\sum$ с последующим применением к этому решению преобразования Галилея. Рассмотри следующие примеры.

Пример. Заряд Q покоится, а заряд q движется со скоростью $\bar{\text{v}}$ в положительном направлении оси x лабораторной инерциальной системы отсчёта Σ. Найти поле заряда Q в псевдоинерциальной для него системе отсчёта Σ', связанной с движущимся зарядом q.

В системе отсчёта Σ поле заряда Q – это поле Кулона

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}, \qquad \bar{A} = 0. \tag{136}$$

Применив к (136) преобразование Галилея

$$x = x' + \bar{\text{v}}t \quad y = y', \quad z = z', \tag{137}$$

получим

$$\phi' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{[(x'+\text{v}t)^2 + y'^2 + z'^2]^{1/2}}, \qquad \bar{A}' = 0. \tag{138}$$

Из (138) следует: эквипотенциальные поверхности

$$(x'+\text{v}t)^2 + y'^2 + z'^2 = const \tag{139}$$

заряда Q в кинематической системе отсчёта Σ' есть сферические поверхности, движущиеся вместе с этим зарядом в отрицательном направлении оси x'. Это совпадает с результатом (119), полученным ранее непосредственным решением соответствующих уравнений Максвелла (114) – (117).

Пример. Заряд Q движется со скоростью $\bar{u}$, а заряд q со скоростью $\bar{\text{v}}$ в положительном направлении оси x лабораторной инерциальной системы отсчёта Σ. Найти поле заряда Q в псевдоинерциальной для него системе отсчёта Σ', связанной с движущимся зарядом q.

В системе отсчёта Σ поле заряда Q даётся выражением

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{[(x-ut)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)]^{1/2}}, \tag{140}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\bar{u}}{c^2[(x-ut)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)]^{1/2}}. \tag{141}$$

Применив к (140), (141) преобразование Галилея (137), получим

$$\phi' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{[(x'+\text{v}'t)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)]^{1/2}}, \tag{142}$$

$$\bar{A}'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\bar{u}}{c^2[(x'+\mathrm{v}'t)^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)]^{1/2}}, \tag{143}$$

где $\bar{\mathrm{v}}'$ – относительная скорость зарядов Q и q

$$\bar{\mathrm{v}}'=\bar{\mathrm{v}}-\bar{u}. \tag{144}$$

Получили, что в этом случае эквипотенциальные поверхности

$$(x'+\mathrm{v}'t)^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)=const \tag{145}$$

заряда Q в кинематической системе отсчёта $\sum'$ есть эллипсоиды вращения, сжатые с масштабным коэффициентом $(1-\frac{u^2}{c^2})^{1/2}$ в направлении его движения, движущиеся вместе с этим зарядом со скоростью $\bar{\mathrm{v}}'$.

Полагая в уравнениях (142), (143)

$$\bar{\mathrm{v}}=\bar{u}, \tag{146}$$

получим уравнение поля заряда Q в сопутствующей псевдоинерциальной для него системе отсчёта $\sum'$

$$\phi'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{[x'^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)]^{1/2}}, \tag{147}$$

$$\bar{A}'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\bar{\mathrm{v}}}{c^2[x'^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)]^{1/2}}, \tag{148}$$

то есть эквипотенциальные поверхности

$$x'^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y'^2+z'^2)=const \tag{149}$$

заряда Q в кинематической сопутствующей системе отсчёта $\sum'$ есть покоящиеся в этой системе отсчёта эллипсоиды вращения, сжатые с масштабным коэффициентом $(1-\frac{u^2}{c^2})^{1/2}$ в направлении его движения. При этом в сопутствующей для заряда Q системе отсчёта $\sum'$ существует магнитное поле, обусловленное движением этого заряда относительно исходной ИСО $\sum$, что соответствует эксперименту по взаимодействию двух проводников с параллельными токами. Сближение или удаление таких проводников с токами, как результат их взаимодействия, есть факт абсолютный, не зависящий от выбора системы отсчёта.

§ 17. Ковариантность электродинамических уравнений Максвелла в инерциальных системах отсчёта, вложенных одна в другую

После того, как Герц экспериментально подтвердил существование электромагнитных волн, предсказанных теорией Максвелла, все сомнения относительно правильности этой теории были развеяны. Начался интенсивный поиск методов решения уравнений Максвелла в различных случаях. Почти одновременно, в конце XIX века, появилось два альтернативных метода решения ставшей наиболее актуальной задачи электродинамики движущихся тел. Это метод Хэвисайда интегралов с запаздывающим аргументом для электромагнитных полей и их потенциалов и метод Лоренца преобразования систем отсчёта.

Первый из этих методов имеет ясный физический смыл и обусловлен конечной скоростью распространения физических взаимодействий. Типичным в этом смысле является процесс распространения волн в материальных средах, где появляются решения с запаздывающим и опережающим аргументом.

Сущность второго метода в полной мере проясняется лишь с учётом подразделения всех Галилеевых систем отсчёта на динамические и кинематические и введения понятия вложенных друг в друга инерциальных систем отсчёта.

Рассмотрим лабораторную систему отсчёта $\sum$, которая с известной точностью является инерциальной для всех тел, перемещающихся вместе с этой системой отсчёта. Рассмотрим также систему отсчёта $\sum'$ тележки, которая движется вместе с лабораторной системой отсчёта $\sum$ и одновременно относительно неё поступательно, равномерно и прямолинейно со скоростью $\bar{u} = const$. Тогда для всех тел, участвующих в переносном движении тележки, система отсчёта $\sum'$ является инерциальной. При этом инерциальная система отсчёта тележки $\sum'$ является вложенной в лабораторную систему отсчёта $\sum$.

Пусть заряд ρ'_e, движется вместе с инерциальной для него системой отсчёта тележки $\sum'$ и, одновременно, относительно этой системы отсчёта со скоростью $\bar{\mathrm{v}}'$. В этом случае уравнения Максвелла в $\sum'$ имеют стандартный для инерциальных систем отсчёта вид

$$div\bar{E}' = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho'_e, \tag{150}$$

$$rot\,\bar{E}' == -\frac{\partial}{\partial t'}B', \tag{151}$$

$$div\,\bar{B}' = 0, \tag{152}$$

$$rot\,\bar{B}' = \mu_0\rho_e\bar{\mathrm{v}}' + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}E'. \tag{153}$$

Но для этого же заряда инерциальной является и лабораторная система отсчёта $\sum$, поскольку этот заряд полностью вовлекается в переносное движение вместе с лабораторной системой отсчёта и одновременно движется относительно неё со скоростью

$$\overline{\mathrm{v}} = \overline{u} + \overline{\mathrm{v}}'. \tag{154}$$

В таком случае уравнения Максвелла в ИСО $\sum$ имеют вид

$$div\,\overline{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{155}$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{156}$$

$$div\,\overline{B} = 0, \tag{157}$$

$$rot\,\overline{B} = \mu_0\rho_e\overline{\mathrm{v}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\,\overline{E}}{\partial\,t}. \tag{158}$$

Таким образом, уравнения Максвелла (150) – (153) и (155) – (158) для одной и той же системы зарядов в инерциальных системах отсчёта $\sum'$ и $\sum$ имеют один и тот же вид, но разные значения входящих в них функций, то есть эти уравнения ковариантны. Тогда сразу же возникает задача: найти такое преобразование (координат, времени и входящих в уравнения параметров) от системы отсчёта $\sum'$ к системе отсчёта $\sum$, которое оставляет систему уравнений (150) – (153) ковариантной. К сожалению, такого преобразования этих уравнений, записанных в векторной форме, до настоящего времени не найдено. Такие преобразования получены лишь для уравнений, записанных в координатной форме, – преобразования Лоренца. К этим преобразованиям Лоренц, используя ряд промежуточных гипотез, шёл на протяжении нескольких лет. Но ему так и не удалось найти полную систему преобразований, оставляющих уравнения Максвелла точно ковариантными. Пуанкаре, подвергнув критике систему промежуточных гипотез Лоренца, в качестве общего принципа выдвинул требование ковариантной формы записи законов природы во всех Галилеевых системах отсчёта. Он дополнил преобразования Лоренца преобразованием зарядов и токов, обеспечивавших полную и точную ковариантность уравнений Максвелла. Однако широкое признание этот метод решения задач электродинамики движущихся тел получил лишь после появления статьи Эйнштейна в 1905 году. Эта статья Эйнштейна сразу выдавала понятный физикам результаты работ и Лоренца, и Пуанкаре.

Но осталось не замеченным, что метод Лоренца – Пуанкаре – Эйнштейна (Л-П-Э) физически содержателен не во всех Галилеевых системах отсчёта, и даже не во всех инерциальных системах отсчёта. Это не удивительно, поскольку в то время ещё не были вычленены ни принцип относительности Галилея, ни понятия инерциальных систем отсчёта, ни подразделение всех Галилеевых систем отсчёта на инерциальные и псевдоинерциальные.

Метод Лоренца даёт верный результат только для вложенных друг в друга инерциальных систем отсчёта при рассмотрении одной и той же системы зарядов. Этот метод позволяет по известному решению уравнений Максвелла во вложенной (штрихованной) инерциальной системе отсчёта получить, с помощью преобразований Лоренца, решение этой же задачи в базовой (нештрихованной) инерциальной системе отсчёта. Применение обратного преобразования ведёт к ошибочным результатам. Например, если к скалярному и векторному потенциалу заряда, покоящегося во вложенной инерциальной системе отсчёта, мы применим преобразование Лоренца, то получим верное значение для скалярного и векторного потенциалов этого же заряда в исходной инерциальной системе отсчёта. Но если мы к скалярному и векторному потенциалам заряда, покоящегося в исходной инерциальной системе отсчёта, применим преобразование Лоренца, то получим неверный результат для скалярного и векторного потенциалов во вложенной системе отсчёта. Это объясняется тем, что в последнем случае вложенная система отсчёта будет для рассматриваемого заряда не инерциальной, а псевдоинерциальной. Но выше показано, что уравнения Максвелла в инерциальной и псевдоинерцальной системах отсчёта не ковариантны.

Понятие вложенных инерциальных систем отсчёта относится не только к электродинамическим, но и к любым динамическим процессам в физике. В таком случае, если мы хотим получить соответствующие динамические уравнения движения с учётом конечной скорости распространения взаимодействий, равной скорости света, мы должны потребовать от этих уравнений ковариантности относительно преобразования Лоренца в пределах той же области применения, что и релятивистская электродинамика. При этом следует принять во внимание, что требование ковариантности динамических уравнений движения несовместимо с требованием выполнения принципа относительности Галилея – Ньютона. Ковариантность уравнений движения требует рассмотрения одного и того же процесса относительно разных систем отсчёта. Принцип относительности Галилея – Ньютона требует рассмотрения идентичных процессов в каждой из инерциальных систем отсчёта.

Глава 3. **ОПТИКА**

§ 18. Скорость света в вакууме как мировая константа, аберрация света

Фотон не имеет массы покоя, поэтому он, в отличие от материальной частицы, не сохраняет скорости движения своего источника. Как первый закон Ньютона, так и принцип относительности Галилея, к фотону не применимы. Для фотона (света или электромагнитной волны свободного поля) понятия динамической, в частности, инерциальной системы отсчёта, не существует. Поэтому у нас нет никаких оснований утверждать, что скорость света в вакууме есть константа, которая сохраняет смысл скорости света относительно каждой из инерциальных систем отсчёта, как того требует принцип относительности Галилея. Эта константа сохраняет смысл скорости света как мировой константы относительно единственной, абсолютной по Ньютону, системы отсчёта. Во всех других системах отсчёта, которые движутся относительно абсолютной системы отсчёта, значение скорости света определяется кинематическим преобразованием систем отсчёта.

Рассмотрим вначале случай, когда источник света покоится в начале абсолютной системы отсчёта Oxy в смысле Ньютона. Центр каждого из фронтов световой волны, испущенной в фиксированный момент времени t_*, находится в начале этой системы отсчёта. Псевдоинерциальная система отсчёта $O'x'y'$ движется со скоростью $\overline{\mathrm{v}}$ в положительном направлении оси x. В момент времени $t=0$ начала этих систем отсчёта совпадают. Величина скорости c распространения света в абсолютной системе Oxy для каждого из фронтов есть величина постоянная.

Уравнение в системе отсчёта Oxy испущенного в момент времени t_* фронта световой волны имеет вид:

$$x^2 + y^2 = c^2(t - t_*)^2, \qquad t \ge t_*. \tag{159}$$

Абсолютная скорость $\overline{c}$ произвольной точки фронта световой волны и её переносная скорость $\overline{\mathrm{v}}$ однозначно определяют относительную скорость света $\overline{c}'$ этой точки волны в штрихованной системе отсчёта – рис. 1

$$\overline{c} = \overline{\mathrm{v}} + \overline{c}'. \tag{160}$$

Из соответствующего треугольника имеем:

$$c'^2 = c^2 + \mathrm{v}^2 - 2c\mathrm{v}\cos\alpha\ . \tag{161}$$

Принимая во внимание, что

$$\cos\alpha = \frac{x}{c(t - t_*)}, \tag{162}$$

из (161) получим:

$$c^2 = c'^2 - \mathrm{v}^2 + 2\frac{\mathrm{v}x}{(t - t_*)} \; . \tag{163}$$

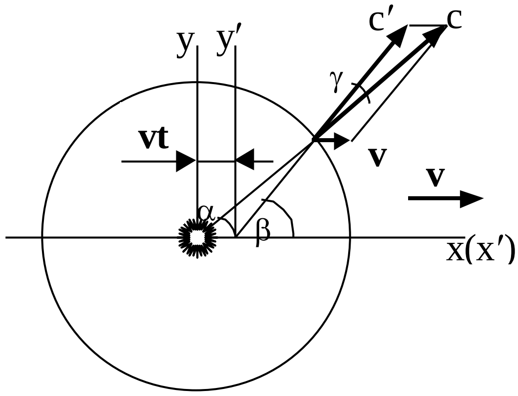


Рис. 1. Покоящийся в начале системы отсчёта Oxy источник излучает фронты световых волн, один из которых, испущенный в момент времени t_*, изображён на рисунке

С учётом (163) и преобразований Галилея

$$x = x' + \mathrm{v}t', \qquad y = y', \qquad t = t', \tag{164}$$

уравнение (159) фронта световой волны в штрихованной системе отсчёта принимает вид

$$(x' + \mathrm{v}t'_*)^2 + y'^2 = c'^2 (t' - t'_*)^2 . \tag{165}$$

Заметим, что если считать скорость света c мировой константой, т. е. $c = const$, не подлежащей преобразованию при переходе от одной системы отсчёта к другой, то тогда применение преобразований Галилея (164) приводит уравнение фронтов световых волн (159) к виду

$$(x' + \mathrm{v}t')^2 + y'^2 = c^2 (t' - t'_*)^2 . \tag{166}$$

Таким образом, относительно движущейся со скоростью v вправо псевдоинерциальной системы отсчёта $O'x'y'$, уравнения любого из удаляющихся от неё со скоростью v влево фронтов световых волн (159) может быть записано как в форме (165), так и в форме (166). Однако если уравнение (165) описывает фронты волн через скорость света c' относительно штрихованной системы отсчёта, значение которой определяется согласно (161), то уравнение (166) описывает фронты волн через мировую константу c, которая уже не является скоростью света для штрихованной системы отсчёта.

Сравнение с (159) показывает, что в форме (165) уравнение фронта световой волны, испущенной в момент времени $t_* = t'_* = 0$, ковариантно относительно преобразований Галилея, в то время как в форме (166) – нет.

Рассмотрим теперь случай, когда источник света находится в начале движущейся со скоростью $\overline{\mathrm{v}}$ вправо вдоль оси x системы отсчёта $O'x'y'$. Источник света при своём движении излучает фронты световых волн, центры которых, с момента их появления, остаются в абсолютной системе отсчёта неподвижными. Величина скорости света c в абсолютной системе отсчёта Oxy для каждого из фронтов остаётся постоянной вне зависимости от скорости движения источника

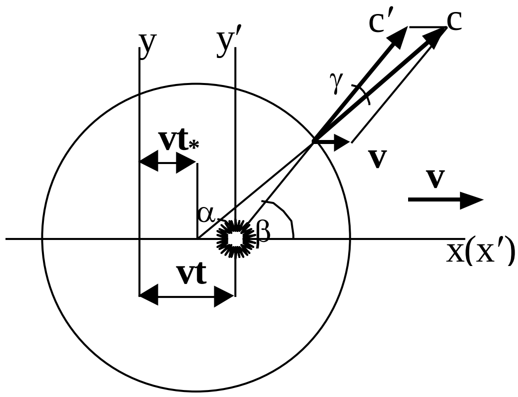


Рис. 2 . Движущийся вместе с началом системы отсчёта $O'x'y'$ источник излучает фронты световых волн, один из которых, испущенный в момент t_*, изображён на рисунке

Рассмотрим один из фронтов световых волн, испущенного в момент времени t_* – рис.2, уравнение которого в системе Oxy имеет вид

$$\left(x - \mathrm{v}t_*\right)^2 + y^2 = c^2\left(t - t_*\right)^2, \qquad t \ge t_*. \tag{167}$$

В этом случае соотношения (160), (161) сохраняются, но (162) и (163) принимают вид

$$\cos\alpha = \frac{x - \mathrm{v}t_*}{c\left(t - t_*\right)}, \tag{168}$$

$$c^2 = c'^2 - v^2 + 2\frac{\mathrm{v}\left(x - \mathrm{v}t_*\right)}{\left(t - t_*\right)}. \tag{169}$$

С учётом (169) и преобразований Галилея (164), уравнение (167) фронта световой волны в штрихованной системе отсчёта принимает вид

$$x'^2 + y'^2 = c'^2\left(t' - t'_*\right)^2. \tag{170}$$

Через мировую константу c тот же фронт (167) световой волны описывается уравнением

$$\left[x' + \mathrm{v}\left(t' - t'_*\right)\right]^2 + y'^2 = c^2\left(t' - t'_*\right)^2. \tag{171}$$

Таким образом, движущийся со скоростью v вправо источник оставляет за собой слева испущенные им фронты световых волн. Эти волны в системе отсчёта Oxy описываются уравнением (167), в то время как в системе отсчёта

$O'x'y'$ эти же фронты волн могут быть описаны уравнениями как в форме (170) – через относительную скорость света c', так и в форме (171) – через мировую константу c. Сравнение с (167) показывает, что в форме (170) уравнение фронта световой волны, испущенной в момент времени $t_* = t'_* = 0$, ковариантно относительно преобразований Галилея, в то время как в форме (171) – нет.

Заметим, как следует из векторных треугольников на рис. 1, рис. 2, в каждом из этих случаев угол аберрации света определяется соотношением

$$tg\gamma = \frac{\frac{v}{c}\mathbf{sin}\,\alpha}{1-\frac{v}{c}\mathbf{cos}\,\alpha}. \tag{171a}$$

Рассмотрим теперь эти же фронты световых волн с учётом преобразования Лоренца.

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1-(\mathrm{v}/c)^2}}, \qquad y = y', \qquad t = \frac{t' + (\mathrm{v}/c^2)x'}{\sqrt{1-(\mathrm{v}/c)^2}}. \tag{172}$$

Если источник света неподвижен в абсолютной системе отсчёта, то с учётом этих преобразований уравнение (159) фронта световой волны в штрихованной системе отсчёта, принимая во внимание что

$$t_* = \frac{t'_* + (\mathrm{v}/c^2)x'}{\sqrt{1-(\mathrm{v}/c)^2}}, \tag{173}$$

имеет вид

$$(x' + \mathrm{v}t')^2 + y'^2\left(1-(\mathrm{v}/c)^2\right) = c^2(t' - t'_*)^2. \tag{174}$$

Из сравнения (159) и (174) следует, что уравнения фронтов световых волн не инвариантны и даже не ковариантны относительно преобразований Лоренца. Уравнение единственного, испущенного в начальный момент времени $t_* = 0$, фронта световой волны инвариантно относительно преобразований Лоренца. При этом следует учесть, когда $t_* = 0$, то, согласно (173)

$$t'_* = -\frac{\mathrm{v}x'}{c^2}. \tag{175}$$

Предельным переходом $\left(\mathrm{v}/c\right) \to 0$ из уравнения фронта световой волны (174) получаем не уравнение (159), как это следовало бы ожидать, а уравнение (166). Это соответствует тому, что при таком предельном переходе преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея, согласно которым затем из (159) получается (166). Следовательно, константа c, которая входит в преобразования Лоренца и электромагнитные уравнения Максвелла, есть не скорость света относительно каждой из псевдоинерциальных систем отсчёта, а мировая константа – скорость света в абсолютной системе отсчёта.

Если источник света движется в абсолютной системе отсчёта, то с учётом преобразований Лоренца (172) и соотношения (173), уравнение (167) фронта световой волны в штрихованной системе отсчёта, имеет вид

$$\left[\left(1-\left(\mathrm{v}/c\right)^2\right)x'+\mathrm{v}\left(t'-t'_*\right)\right]^2+y'^2\left(1-\left(\mathrm{v}/c\right)^2\right)=c^2\left(t'-t'_*\right)^2. \qquad (176)$$

Предельным переходом $\left(\mathrm{v}/c\right)\to 0$ из (176) получаем, снова-таки, не уравнение фронта световой волны (167), как это следовало бы ожидать, а уравнение (171).

Из сравнения (167) и (176) следует, с учётом (175), что лишь уравнение единственного, испущенного в начальный момент времени $t'_*=0$, фронта световой волны инвариантно относительно преобразований Лоренца.

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Фронт световой волны распространяется сферически симметрично относительно той точки абсолютного пространства, в которой источник находился в момент излучения данного фронта волны. Входящая в уравнения Максвелла и преобразования Лоренца константа $c=\left(\varepsilon_0\mu_0\right)^{-1/2}=3\times10^8\ м/с$ может быть интерпретирована как скорость света лишь в единственной системе отсчёта – абсолютной системе отсчёта в смысле классической физики Ньютона. Скорость же фронта световой волны относительно систем отсчёта, которые движутся относительно абсолютной системы, находится с помощью соответствующего кинематического преобразования систем отсчёта. При этом уравнении единственного фронта световой волны, испущенного в начальный момент времен, является ковариантным относительно преобразования Галилея и инвариантным относительно преобразования Лоренца.

§ 19. Ковариантность уравнений свободного электромагнитного поля в псевдо-инерциальных системах отсчёта

Выше уже отмечалось, что согласно динамическому принципу относительности Галилея, подтверждённому экспериментально не только для механических, но и для электродинамических процессов, уравнения Максвелла в ИСО Σ имеют тот же вид, что и уравнения Максвелла в системе отсчёта Σ^0 физического вакуума.

Покажем, что полевые уравнения Максвелла, записанные в инерциальной (для тех зарядов, которые порождают данное поле) системе отсчёта Σ не ковариантны относительно преобразования Галилея, но ковариантны относительно этого преобразования во всех псевдо-инерциальных системах отсчёта, которые движутся относительно Σ поступательно, равномерно и прямолинейно, причём эти преобразования обладают групповыми свойствами.

Согласно (92) – (95), полевые уравнения Максвелла в системе отсчёта Σ имеют вид

$$div\,\overline{E} = 0, \tag{177}$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{178}$$

$$div\,\overline{B} = 0, \tag{179}$$

$$rot\,\overline{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\,\overline{E}}{\partial\,t}. \tag{180}$$

Согласно (106) – (109), полевые уравнения Максвелла в некоторой псевдоинерциальной системе отсчёта $\sum'$, которая движется относительно $\sum$ со скоростью $\overline{u}' = const$, имеют вид

$$div\overline{E}' = 0, \tag{181}$$

$$rot\,\overline{E}' == -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}' + \left[(\overline{u}'\overline{\nabla}')\overline{B}'\right], \tag{182}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{183}$$

$$rot\,\overline{B}' = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}' - \left[\frac{1}{c^2}(\overline{u}'\overline{\nabla}')\overline{E}'\right]. \tag{184}$$

Сравнивая систему уравнений (177) – (180) с (181) – (184), видим, что полевые уравнения Максвелла в системе отсчёта $\sum$ не ковариантны относительно преобразования Галилея. По причине, которая станет ясной из дальнейшего изложения, систему уравнений поля (181) – (184) в псевдоинерциальных системах отсчёта будем называть уравнениями Максвелла – Доплера.

Пусть $\sum''$ будет другой кинематической системой отсчёта, которая движется относительно $\sum$ со скоростью $\overline{u}'' = const$. Тогда, согласно преобразованию Галилея от системы отсчёта $\sum$ к системе отсчёта $\sum''$

$$\overline{r} = \overline{u}''t + \overline{r}'', \quad t = t'', \tag{185}$$

уравнения (167) – (180) принимают ковариантный с (181) – (184) вид

$$div\overline{E}'' = 0, \tag{186}$$

$$rot\,\overline{E}'' == -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}'' + \left[(\overline{u}''\overline{\nabla}'')\overline{B}''\right], \tag{187}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{188}$$

$$rot\,\overline{B}'' = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}'' - \left[\frac{1}{c^2}(\overline{u}''\overline{\nabla}'')\overline{E}''\right]. \tag{189}$$

Осталось показать групповые свойства рассматриваемых преобразований. Для этого применением преобразования Галилея от системы отсчёта $\sum'$ к системе $\sum''$

$$\overline{r}' = \overline{V}t + \overline{r}'', \quad t' = t'' = t, \tag{190}$$

где $\overline{V}$ – относительная скорость систем отсчёта $\sum'$ и $\sum''$

$$\bar{V} = \bar{u}'' - \bar{u}'. \tag{191}$$

Преобразуем, например, уравнение (182), с учётом соотношения между операторами в системах отсчёта $\sum'$ и $\sum''$

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t''} - \bar{V}\bar{\nabla}'', \quad \bar{\nabla}' = \bar{\nabla}'', \tag{192}$$

в результате получим

$$rot\bar{E}'' = -(\frac{\partial}{\partial t''} - \bar{V}\nabla'')\bar{B}'' + [(\bar{u}'' - \bar{V})\bar{\nabla}'']\bar{B}'' =$$

$$-\frac{\partial}{\partial t''}\bar{B}'' + (\bar{V}\nabla'')B'' + (\bar{u}''\bar{\nabla}'')\bar{B}'' - (\bar{V}\bar{\nabla}'')\bar{B}'' = \tag{193}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t''}\bar{B}'' + \left[(\bar{u}''\bar{\nabla}'')\bar{B}''\right].$$

Получили уравнение (187).

Аналогично преобразуется уравнение (184). В результате система уравнений (181) – (184) приводятся к системе уравнений (186) – (189), что подтверждает групповые свойства преобразования Галилея уравнений поля в псевдоинерциальных системах отсчёта.

§ 20. Оптический эффект Доплера как следствие полевых уравнений Максвелла – Доплера

Аналогично тому, как и из полевых уравнений Максвелла (177) – (180) получаются волновые уравнения в системе отсчёта $\sum$ для векторов полей $\bar{E}, \bar{B}$

$$\Delta\bar{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\bar{E}, \tag{194}$$

$$\Delta\bar{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\bar{B}, \tag{195}$$

так из уравнений полевых уравнений Максвелла-Доплера (181) – (184) получаем волновые уравнения в системе отсчёта $\sum'$ для векторов полей $\bar{E}', \bar{B}'$

$$\Delta\bar{E}' = \frac{1}{c^2}(\frac{\partial}{\partial t} - \bar{u}\bar{\nabla})^2\bar{E}', \tag{196}$$

$$\Delta\bar{B}' = \frac{1}{c^2}(\frac{\partial}{\partial t} - \bar{u}\bar{\nabla})^2\bar{B}'. \tag{197}$$

Ограничимся далее случаем плоской волны. Волна движется в положительном направлении оси x, при этом $E_x = E_z = 0$ и $H_x = H_y = 0$ и тогда $E_y = E$ и $H_z = H$. Кроме того, система отсчёта $\sum'$ движется вдоль оси x относительно системы отсчёта $\sum$ со скоростью $\vec{u} = const$, так что $u_x = \pm u,\ u_y = u_z = 0$. Тогда уравнения (194), (195) принимают вид

$$\Delta E_y = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E_y, \qquad (198)$$

$$\Delta B_z = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}B_z, \qquad (199)$$

а уравнения (196), (197), в случае движения системы отсчёта $\sum'$ в положительном направлении оси x, соответственно, принимают вид

$$\Delta E'_y = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} - u\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 E'_y\,, \qquad (200)$$

$$\Delta B'_z = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} - u\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 B'_z\,. \qquad (201)$$

Уравнения (198) – (199), как известно, имеют решения

$$E_y = E_0 \sin[\,\omega(t - \frac{x}{c}) + \alpha],\qquad (202)$$

$$B_z = B_0 \sin[\,\omega(t - \frac{x}{c}) + \alpha].\qquad (203)$$

Найдём аналогичные решения уравнений (200) – (201). Возведём в квадрат скалярный оператор в скобках уравнения (200). Тогда это уравнение приводится к виду

$$K\frac{\partial^2 E'_y}{\partial x^2} + 2L\frac{\partial^2 E'_y}{\partial x \partial t} + M\frac{\partial^2 E'_y}{\partial t^2} = 0\,, \qquad (204)$$

где

$$K = -\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right), \qquad (205)$$

$$L = -\frac{u}{c^2}\,, \qquad (206)$$

$$M = \frac{1}{c^2}\,. \qquad (207)$$

Поскольку

$$L^2 - KM = \frac{1}{c^2} \succ 0\,, \qquad (208)$$

то уравнение (204) принадлежит к гиперболическому типу. Далее находим характеристики уравнения (204):

$$x' - (c - u)t = const_1\,, \qquad (209)$$

$$x' + (c - u)t = const_2\,. \qquad (210)$$

В таком случае волновые уравнения (200), (201) имеют решения:

$$E'_y = E'_0 \sin[\omega'(t - \frac{x'}{c-u}) + \alpha], \tag{211}$$

$$B'_z = B'_0 \sin[\omega'(t - \frac{x'}{c-u}) + \alpha]. \tag{212}$$

Согласно преобразованию Галилея

$$c' = c - u, \tag{213}$$

где c' скорость электромагнитной волны относительно системы отсчёта $\sum'$. Тогда уравнения (211) – (212) принимают вид:

$$E'_y = E'_0 \sin[\omega'(t - \frac{x'}{c'}) + \alpha], \tag{214}$$

$$B'_z = B'_0 \sin[\omega'(t - \frac{x'}{c'}) + \alpha]. \tag{215}$$

Получили, что волновые уравнения (202), (203) и (214), (215) ковариантны, то есть они имеют одинаковый вид, но разные значения входящих в них величин c, c' и ω, ω'.

Выведем соотношение, связывающее частоты ω, ω'. Для этого с учётом преобразования Галилея

$$x = ut + x', \qquad t = t', \tag{216}$$

преобразуем выражение для фазы в (214), (215)

$$\omega'(t - \frac{x'}{c'}) = \omega'(t - \frac{x - ut}{c - u}) = \omega' \frac{ct - ut - x + ut}{c(1 - \frac{u}{c})} = \omega'(1 - \frac{u}{c})^{-1}(t - \frac{x}{c}). \tag{217}$$

Сравнивая (217) с выражением для фазы в (202) – (203), получим

$$\omega = \omega'(1 - \frac{u}{c})^{-1}. \tag{218}$$

Отсюда следует, что если система отсчёта $\sum'$ движется в направлении распространения волны, то частота волны ω' в этой системе отсчёта определяется через частоту ω волны в системе отсчёта источника $\sum$ согласно соотношению

$$\omega' = \omega(1 - \frac{u}{c}). \tag{219}$$

Если система отсчёта $\sum'$ движется в направлении, противоположном направлению распространения волны, то частота волны ω' в этой системе отсчёта определяется через частоту ω волны в системе отсчёта источника $\sum$ согласно соотношению

$$\omega' = \omega(1 + \frac{u}{c}). \tag{220}$$

Таким образом, эффект Доплера для электромагнитных волн есть непосредственное следствие применения преобразования Галилея к исходным уравнениям Максвелла в инерциальной системе отсчёта. При этом поскольку рассматривается сугубо кинематический эффект, нет никакой необходимости принимать во внимание наличие или отсутствие той среды, в которой распространялась бы электромагнитная волна.

Ниже будет показано, что классическому эффекту Доплера согласно (219), (220) соответствует среднеарифметическая скорость распространения фронта световой волны в псевдоинерциальной системе отсчёта $\sum'$.

§ 21. Оптический эффект Доплера как следствие оптико-механической аналогии

Оптико-механическая аналогия позволяет рассмотреть оптический эффект Доплера аналогично акустическому эффекту Доплера. В основе данной аналогии лежит предположение о существовании светоносной среды (эфира).

Отличительной особенностью эффекта Доплера в материальных средах является то, что источник и приёмник движутся не только относительно среды, но и принимают участие в общем переносном движении вместе с той средой, в которой распространяется волна и с которой может быть связана инерциальная система отсчёта. Этим эффект Доплера в материальных средах отличается от данного эффекта в физических полях. В последнем случае у нас нет основания утверждать, что источник и приёмник волн участвуют в общем переносном движении со светоносной средой. В таком случае любая система отсчёта, относительно которой регистрируется оптический процесс, является для данного процесса кинематической.

Далее, используя оптико-механическую аналогию, будем предполагать, что оптическая среда существует и что фазовая скорость распространения световой волны в такой среде и относительно такой среды (скорость света в вакууме), известна, например, из астрономических наблюдений. Однако, как будет показано далее, предположение о существовании такой среды окажется излишним, поскольку оптический эффект Доплера, как чисто кинематическое явление, в конечном итоге будет зависеть от относительной скорости движения источника и приёмника, но не от скорости движении источника или приёмника относительно среды, как это имеет место для акустического эффекта Доплера.

В системе отсчёта источника, покоящегося в оптической среде, параметры волны в оптической среде удовлетворяют соотношению

$$c = \nu_0 \lambda_0, \tag{221}$$

где c – скорость свет в среде (вакууме).

Движущий источник, по аналогии с акустическим эффектом, взаимодействуя с оптической средой, возбуждает в ней волны. При этом длина волны в системе отсчёта оптической среды, при движущемся в направлении волны источнике со скоростью v_*, аналогично акустической волне, уменьшится по сравнению с длиной волны λ_0 в системе отсчёта источника на величину

$\mathrm{v}_*(\lambda_0/c)$. Но приёмник и источник, в отличие от акустического случая, не принимают участие в переносном движении среды. Тогда в системе отсчёта приёмника уменьшение длины оптической волны в среде (вследствие движения источника) при движущемся в направлении волны со скоростью v приёмнике частично компенсируется, и длина волны увеличится на величину $\mathrm{v}(\lambda_0/c)$.

В результате, вследствие движения источника и приёмника с разными скоростями относительно светоносной среды, приёмником будет зарегистрирована следующая длина оптической волны

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{c}\mathrm{v}_* + \frac{\lambda_0}{c}\mathrm{v} = \lambda_0\left(1 - \frac{V}{c}\right), \tag{222}$$

где относительная скорость движения источника и приёмника равна

$$V = \mathrm{v}_* - \mathrm{v}. \tag{223}$$

Среднеарифметический период регистрируемых приёмником волн на пути света “туда – обратно” будет равен

$$T_\oplus = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{c-V} - \frac{\lambda}{c+V}\right) = \lambda c^{-1}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1}. \tag{224}$$

Тогда регистрируемая приёмником частота оптических волн равна

$$\nu_\oplus = T_\oplus^{-1} = \lambda^{-1} c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right). \tag{225}$$

Подставляя в (225) значение длины волны согласно (222), находим $(\mathrm{v}_* \rangle \mathrm{v})$

$$\nu_\oplus = \nu_0[1 + (V/c)]. \tag{226}$$

Заметим, что из (225) следует

$$c_\oplus = \lambda \nu_\oplus, \tag{227}$$

где $c_\oplus$ – среднеарифметическая скорость волны относительно приёмника

$$c_\oplus == c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right). \tag{228}$$

Установим также эффект Доплера по среднеквадратичному периоду колебаний регистрируемых приёмником волн на пути света “туда – обратно”

$$T_\otimes = \frac{\lambda}{\sqrt{(c-V)(c+V)}} = \lambda c^{-1}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{229}$$

Тогда регистрируемая приёмником частота оптических волн равна

$$\nu_\otimes = T_\otimes^{-1} = \lambda^{-1} c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}. \tag{230}$$

Подставляя в (230) значение длины волны согласно (222), находим

$$\nu_\otimes = \nu_0\sqrt{\frac{1 + (V/c)}{1 - (V/c)}}. \tag{231}$$

Заметим, что из (230) следует

$$c_{\otimes} = \lambda \nu_{\otimes}, \tag{232}$$

где $c_{\otimes}$ – среднеквадратичная скорость волны относительно приёмника

$$c_{\otimes} == c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}. \tag{233}$$

Таким образом, не выходя за пределы классических представлений кинематики Ньютона о пространстве и времени и преобразований Галилея, нами получена как классическая (226), так и релятивистская (231) формулы для оптического эффекта Доплера в кинематических псевдоинерциальных системах отсчёта. При этом классическому случаю соответствует среднеарифметическая, а релятивистскому случаю – среднеквадратичная скорость света, измеренная в псевдоинерциальной системе отсчёта по эффекту Доплера на пути “туда – обратно”.

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. – М.: Наука, 1989.

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. Ф. Потехин

РОЛЬ СИСТЕМ ОТСЧЁТА В ПЛАНИРОВАНИИ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА [10]

Полный текст доклада на XI конференции стран Содружества "Современный физический практикум" 12 – 14 октября 2010, г. Минск (Беларусь)

Вступление

Уважаемые коллеги!

Проведение любого эксперимента предполагает учёт условий его проведения и применение определённого инструментария. В этом отношении система отсчёта является и инструментом эксперимента, и определяет условия его проведения. Учёт такой роли систем отсчёта необходим как на стадии теоретического обоснования и прогнозирования результатов эксперимента, так и на стадии его проведения и интерпретации полученных результатов. Важность анализа и классификации систем отсчёта осознал уже Ньютон, согласно которому все системы отсчёта разделяются на два класса – динамические и кинематические. Динамические системы отсчёта, в свою очередь, подразделяются на два класса – инерциальные и неинерциальные. Подразделение кинематических систем отсчёта на неускоренные и ускоренные условно, поскольку все они равноправны и любая из них может быть принята за неподвижную. Особо выделяется класс вложенных друг в друга инерциальных систем отсчёта. Такая классификация систем отсчёта расширяет наши познавательные возможности как при интерпретации уже известных, так и при обосновании новых экспериментов, и позволяет заметить и исправить ошибки, допущенные в фундаментальных физических экспериментах. Рассмотрим некоторые примеры.

Пример 1. Преобразование Галилея и опыт Физо

На горизонтальном гладком полу, в инерциальной лабораторной системе отсчёта xy, покоится тележка. На гладкой платформе тележки, с которой связана система отсчёта $x'y'$, покоится грузик (материальная точка). В начальный момент времени: а) оси координат этих систем отсчёта совпадают; б) материальная точка имеет координаты $x_0 = x'_0 = 0$, $y_0 = y'_0 = a = const$. В некоторый момент времени в положительном направлении оси x в лабораторной системе отсчёта материальной точке сообщают скорость $v = const$, а тележке скорость $u = const$. Найти положение и скорость материальной точки в каждой из этих систем отсчёта при её дальнейшем движении – рис. 1а.

Данные две системы отсчёта связаны известным преобразованием Галилея. Никаких дополнительных ограничений современная физика на это преобразование не накладывает, молчаливо предполагая, что оно однозначно определяет положение и скорость частицы относительно каждой из систем отсчёта. Однако это не так, и лишь после того, когда будет указано, вовлекается или не вовлекается частица в переносное движение подвижной системой отсчёта $\sum'$, её положение и скорость относительно каждой из этих систем отсчёта, при заданных начальных условиях, определяется однозначно. В первом случае (частица увлекается) система отсчёта $\sum'$ является для этой частицы динамической, во втором случае (частица не вовлекается) – кинематической.

Рассмотрим каждый из этих случаев.

а) Грузик полностью вовлекается в движение штрихованной системы отсчёта со скоростью u. В таком случае система отсчёта $x'y'$ является для грузика динамической инерциальной – рис. 1b. Относительная скорость v' грузика в системе отсчёта $x'y'$ равна v, а её абсолютная скорость в лабораторной системе отсчёта xy, согласно преобразованию Галилея, равна

$$v^a = u + v. \qquad (1)$$

б) Грузик полностью скользит по поверхности стола – рис. 1c.

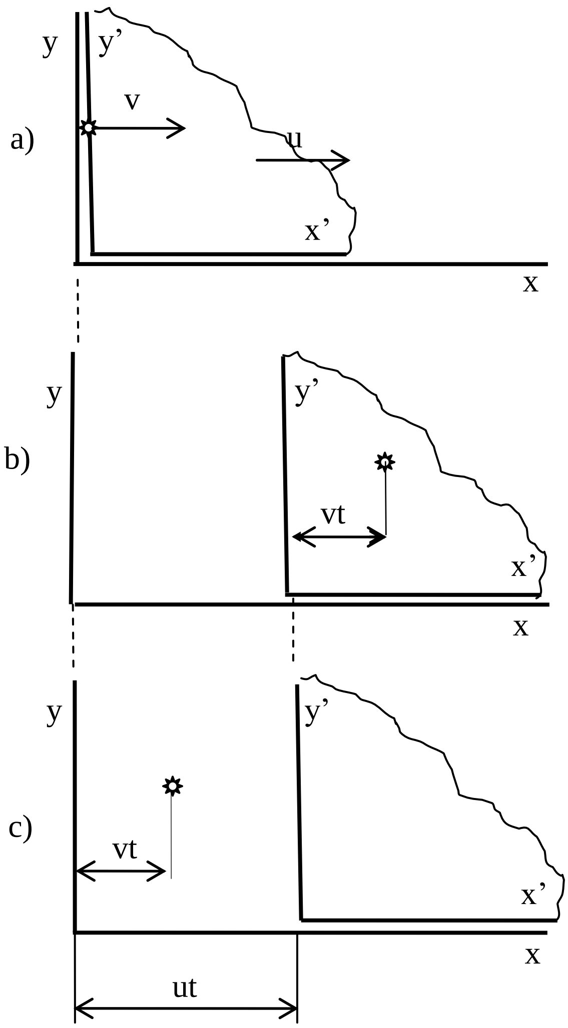


Рис.1. Преобразование Галилея в динамических и кинематических системах отсчёта: а) исходное положение; б) частица вовлекается в движение системы отсчёта x'y'

В таком случае движущаяся система отсчёта $x'y'$ для грузика является кинематической псевдоинерциальной, и его абсолютная скорость в системе отсчёта xy, согласно преобразованию Галилея, равна

$$v^a = u + (v - u) = v, \qquad (2)$$

где

$$v' = (v - u) \qquad (3)$$

относительная скорость грузика в псевдоинерциальной системе отсчёта $x'y'$.

Мы рассмотрели два предельных случая, когда грузик или полностью вовлекается, или полостью не вовлекается в переносное движение системы отсчёта $x'y'$. Однако возможен и промежуточный вариант, когда грузик вовлекается в движение этой системы отсчёта лишь частично. Рассмотрим данный случай при тех же исходных условиях задачи.

Если бы проскальзывания не было, то частица полностью вовлекалась бы в переносное движение тележки, и, как уже сказано выше, её скорость относительно тележки равнялась бы v. Но если грузик будет двигаться по платформе тележки с проскальзыванием и коэффициент проскальзывания в направлении его движения равен k, то скорость его движения относительно тележки равна

$$v' = v - ku. \qquad (4)$$

Переносная скорость остаётся равной $\bar{u}$. Тогда, согласно преобразованию Галилея,

$$v^a = u + (v - ku), \qquad (5)$$

или

$$v^a = v + (1 - k)u. \qquad (6)$$

Физический смысл коэффициента $\alpha = (1 - k)$ в этой формуле очевиден – это коэффициент увлечения частицы в переносное движение системы отсчёта тележки $x'y'$.

Применим полученные результаты для опыта Физо по увлечению света движущейся средой, в котором сравнились скорости лучей света в направлении движения среды и против этого направления. В этом случае скорости частицы v соответствует фазовая скорость света в покоящейся среде c/n, u – скорости течения среды. Тогда согласно (6), получим

$$v^a = \frac{c}{n} + (1 - k)u. \qquad (7)$$

Отсюда, как частный случай, получим абсолютную скорость луча в системе отсчёта xy:

а) при его полном вовлечении в переносное движение среды, когда $k = 0$ и, соответственно, $\alpha = 1$; б) при его полном скольжении, когда $k = 1$ и, соответственно, $\alpha = 0$. В промежуточном случае, когда $1 \succ k \succ 0$, значение этого коэффициента может быть получено либо теоретически, либо экспериментально, например, согласно опыту Физо:

$$v^a = \frac{c}{n} + (1 - \frac{1}{n^2})u \,. \tag{8}$$

Сравнивая (7) и (8), получим значение коэффициента скольжения луча относительно движущейся среды

$$k = 1/n^2 \,, \tag{9}$$

и, соответственно,

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2} \tag{10}$$

Теоретическое обоснование значения коэффициента увлечения α в опыте Физо вызвало известные затруднения, поскольку требовало некоторых дополнительных гипотез по взаимодействию света со средой. Современная релятивистская физика дала неожиданно простое обоснование этого опыта.

“Легко убедиться в том, что результат опыта Физо объясняется релятивистским законом сложения скоростей. Свяжем с прибором Физо систему K, а с движущейся водой – систему K'. Пусть скорость течения воды равна u, v'– скорость света относительно воды, равная c/n, где c – скорость света в вакууме и $v_{приб}$ – скорость света относительно прибора. Тогда

$$v_{приб} = \frac{(c/n) + u}{1 + [u(c/n)/c^2]} = \frac{(c/n) + u}{1 + u/cn} \,. \tag{11}$$

Скорость течения воды u много меньше c, поэтому полученное выражение можно упростить

$$v_{приб} = \frac{(c/n) + u}{1 + u/cn} \approx (\frac{c}{n} + u)(1 - \frac{u}{cn}) \approx \frac{c}{n} + (1 - \frac{1}{n^2})u \,, \tag{12}$$

мы пренебрегли членом u^2/cn. Согласно классическим представлениям, скорость света относительно прибора $v_{приб}$ равна суме скорости света относительно эфира, т. е. c/n и скорости эфира относительно прибора, т. е αu

$$v_{приб} = c/n + \alpha u \,. \tag{13}$$

Сравнение (12) с формулой (13) даёт для коэффициента увлечения α значение, полученное Физо”. (Савельева И. В. Курс общей физики)

При этом выводе в формуле (11), во-первых, предполагается, что скорость света в покоящейся среде c/n остаётся такой же, как и в движущейся, и, во-вторых, что движущаяся среда полностью вовлекает в своё движение этот световой луч. Но затем, после формально-математических преобразований (12), делается вывод, что данный световой луч увлекается лишь частично. Таким образом, исходная посылка противоречит полученному выводу, так что такое обоснование опыта Физо – ошибочно. Это же можно показать иначе. Подставляя в левую часть уравнения (11) значение $v_{приб}$ согласно (13) и пренебрегая в знаменателе правой части членом первого порядка малости по u/c, получим

$$c/n + \alpha u = c/n + u \,, \tag{14}$$

откуда следует

$$u(1-\alpha)=0. \qquad (15)$$

Таким образом, согласно (15), исходное равенство (11) выполняется только в двух случаях: а) когда $u=0$, то есть когда среда неподвижна; б) когда $\alpha=1$, то есть когда световой луч полностью увлекается движущейся средой, что не соответствует опыту Физо. Так что полностью несостоятельным является утверждение о том, что релятивистская формула сложения скоростей объясняет опыт Физо по частичному увлечению света средой.

Пример 2. Акустический эффект Доплера

Известен экспериментальный факт: при движущихся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно источнике и приёмнике, эффект Доплера в материальных средах (звук) не симметричен. Современная физика этот факт констатирует, но не объясняет. Между тем этот опыт противоречит современным физическим представлениям, согласно которым и система отсчёта источника, и система отсчёта приемника – инерциальные, следовательно, в них должен выполняться принцип относительности Галилея и указанной несимметричности не должно быть.

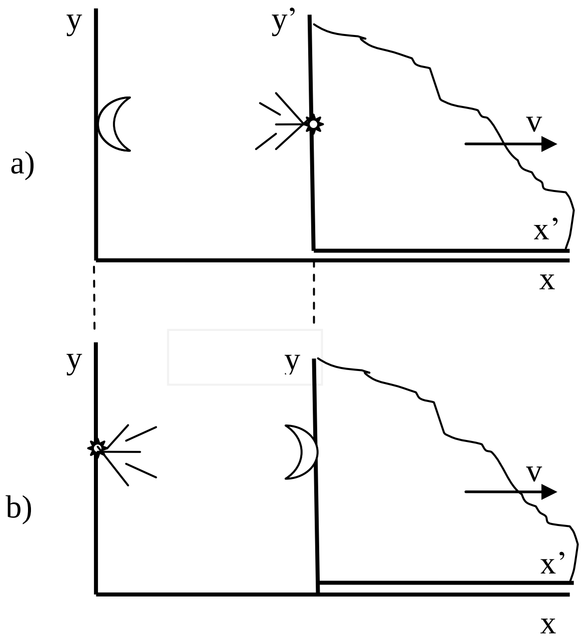


Рис. 2. Эффект Доплера:
а) источник движется, приёмник покоится; b) приёмник движется, источник покоится

Физические предпосылки несимметричности акустического эффекта Доплера могут быть поняты лишь с позиции понятия о динамических и кинематических системах отсчёта.

Если источник движется относительно материальной среды, а приёмник покоится, то эффект Доплера обусловлен динамическим взаимодействием источника со средой, вследствие чего меняются такие параметры, как частота и длина волны. Регистрация этого эффекта осуществляется в динамической ИСО покоящейся среды – рис. 2а.

Эффект Доплера в материальной среде при неподвижном источнике и движущемся приёмнике обусловлен кинематикой процесса. При этом меняются такие параметры, как частота и скорость волны. Регистрация этого эффекта осуществляется в кинематической системе отсчёта движущегося приёмника – рис. 2b.

В случае одновременного движения с разными скоростями источника и приёмника, эффект Доплера в материальной среде обусловлен частично динамикой процесса, вследствие движения источника, частично кинематикой процесса, вследствие движения приёмника. Регистрация эффекта осуществляется в кинематической системе отсчёта приёмника.

С учётом названных факторов получаются известные формулы для эффекта Доплера в каждом из перечисленных выше случаев – см. стр. 24 – 26.

Пример 3. Оптический эффект Доплера

Отличительной особенностью эффекта Доплера в материальных средах является то, что источник и приёмник движутся не только относительно среды, но и принимают участие в общем переносном движении вместе со средой, с которой связана ИСО. Этим эффект Доплера в материальных средах принципиально отличается от оптического эффекта Доплера. В последнем случае у нас нет оснований утверждать, что источник и приёмник участвуют в общем переносном движении со средой (эфиром) как носителем оптических волн, с которой можно было бы связать ИСО. Кроме того, поскольку фотон не имеет массы покоя, то он, в отличие от материальной частицы, не сохраняет скорости движения своего источника. Как первый закон Ньютона, так и принцип относительности Галилея к фотону не применимы. Для фотона (света или электромагнитной волны свободного поля) понятия динамической, в частности, инерциальной системы отсчёта, не существует. Поэтому любая из систем отсчёта, связанная с материальным телом, для оптической волны является кинематической.

Даже если предположить, что среда (эфир), как носитель световых волн, существует, не существует, однако, экспериментальных методов измерения скорости движения источника и приёмника относительно такой среды. Скорость оптических волн может быть измерена лишь в среднем на пути “туда – обратно”. В таком случае, остаётся одна возможность: выразить эффект Доплера через скорость световой волны c на пути “туда – обратно” и относительную скорость V движения источника и приёмника. Учёт этих факторов позволяет обосновать, в пределах кинематики Ньютона и преобразований Галилея, как классическую,

$$\nu_{\oplus} = \nu_0 [1 + (V/c)], \qquad (16)$$

так и релятивистскую формулу для оптического эффекта Доплера

$$\nu_{\otimes} = \nu_0 \sqrt{\frac{1+(V/c)}{1-(V/c)}}. \qquad (17)$$

Причём классической формуле оптического эффекта Доплера соответствует среднеарифметическая фазовая скорость волны на пути “туда – обратно”

$$c_{\oplus} == c(1 - \frac{V^2}{c^2}), \qquad (18)$$

а релятивистской формуле оптического эффекта Доплера соответствует среднеквадратичная фазовая скорость световой волны на пути “туда – обратно”

$$c_{\otimes} == c(1 - \frac{V^2}{c^2})^{1/2}. \qquad (19)$$

Из (18), (19) следует, что средняя скорость света, согласно эффекту Доплера, в системах отсчёта, движущихся относительно абсолютной системы отсчёта, следовательно, и друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно, равна скорости света в физическом вакууме лишь приближённо, с точностью до членов второго порядка малости по аберрации.

Пример 4. Аберрация света и оптический эксперимент Майкельсона – Морли

Целью оптического эксперимента Майкельсона – Морли являлось обнаружение эфирного ветра при орбитальном движении Земли. Однако в теоретическом расчёте эксперимента была допущена грубейшая ошибка, когда время хода продольного луча света определялось согласно преобразованию Галилея в кинематических системах отсчёта, а время хода поперечного луча – вопреки этому преобразованию. В результате не была правильно учтена аберрация света для поперечного луча, поэтому осталось не замеченным, что поперечный луч промахивается и не попадает в окуляр движущегося прибора, поскольку этот луч отклоняется не в сторону движения прибора, как это общепринято, а противоположно этому движению.

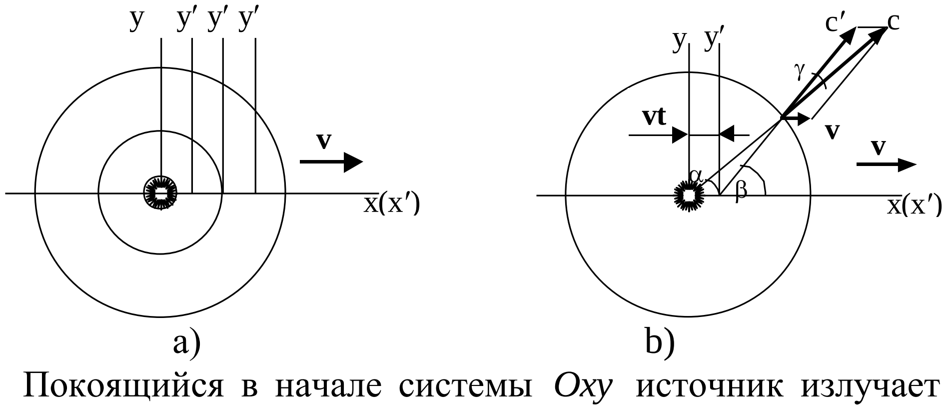


Рис. 3 Покоящийся в начале системы Oxy источник излучает фронты концентричных световых волн –3а, один из которых, испущенный, в момент времени t_*, изображён отдельно – 3b

Найдём значение угла аберрации света γ при неподвижном – рис. 3 и движущемся – рис. 4 источнике.

Как следует из соответствующих треугольников для векторов скоростей в каждом из этих случаев, угол аберрации определяется соотношением

$$tg\gamma = \frac{\frac{v}{c}\sin\alpha}{1-\frac{v}{c}\cos\alpha}. \tag{20}$$

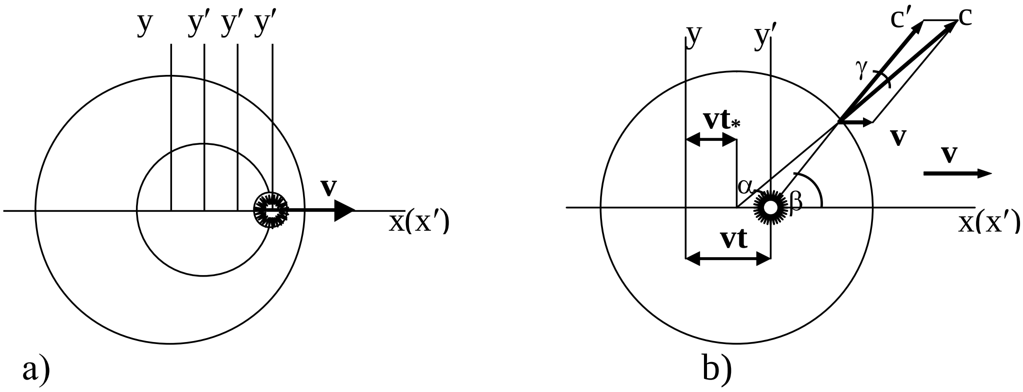


Рис. 4. Движущийся вместе с началом системы $O'x'y'$ источник излучает фронты световых волн – 4a, один из которых, испущенный в момент времени t_*, изображён отдельно – 4b

Из этих же векторных треугольников находим

$$\beta = \alpha + \gamma. \tag{21}$$

Тогда из (20), (21) следует

$$если \quad \alpha = 0, то \qquad \gamma = 0, \qquad \beta = 0; \tag{22}$$

$$если \quad \alpha = \pi, то \qquad \gamma = 0, \qquad \beta = \pi; \tag{23}$$

$$если \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, то \quad tg\gamma = \frac{v}{c}, \qquad \beta = \frac{\pi}{2} + arctg\frac{v}{c}. \tag{24}$$

Таким образом, поперечный луч в опыте Майкельсона – Морли, испущенный под углом $\alpha = \frac{\pi}{2}$ в неподвижной системе отсчёта, в движущейся системе отсчёта будет виден под углом $\beta = \frac{\pi}{2} + arctg\frac{v}{c}$, и вопреки общепринятому утверждению, поперечный луч отклонится не в сторону движения прибора, а в противоположную сторону, то есть по $P'QP$ – рис. 5.

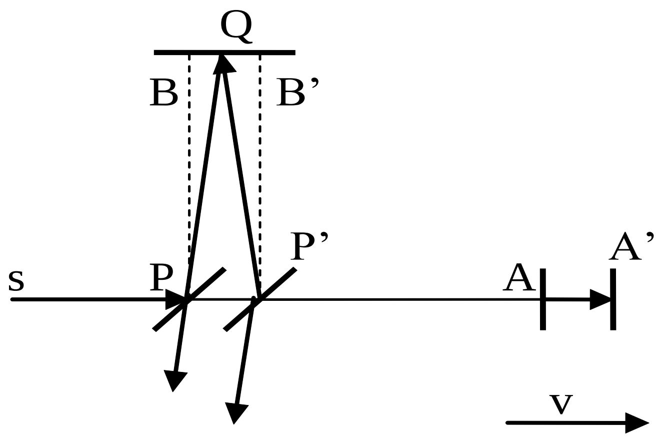


Рис. 5 Схема хода лучей в опыте Майкельсона – Морли

В результате, поперечный луч не попадает в окуляр движущегося прибора. Наблюдавшаяся же интерференционная картина обусловлена, во-первых, погрешностями эксперимента, прежде всего тем, что вместо острого луча практически направлялся расходящийся световой пучок лучей. Во-вторых, после каждого поворота прибора до очередной метки промахнувшийся поперечный луч принудительно экспериментатором направлялся в окуляр: “пересечение нитей микрометра наводилось на самую яркую интерференционную картину” (см. оригинал статьи). В результате измерялось вовсе не то, что предполагалось.

Пример 5. Опыт Роуланда и его обращение

Электрический заряд q' покоится в начале штрихованной системы отсчёта $\sum'(x',y')$ движущейся в лаборатории тележки. Заряд q покоится в начале нештрихованной лабораторной системы отсчёта $\sum(x,y)$. При этом штрихованная система отсчёта движется вместе с нештрихованной и одновременно относительно неё со скоростью $\bar{u} = const$ в положительном направлении оси x. Найти поле заряда, покоящегося в одной из этих систем отсчёта относительно другой системы отсчёта.

а) Прямой опыт Роуланда – рис. 6а: поле заряда q' в системе отсчёта $\sum(x,y)$.

Заряд q' движется вместе с системой отсчёта $\sum$ и одновременно относительно неё со скоростью $\bar{\mathrm{v}} = \bar{u}$. Следовательно, $\sum$ является для заряда q' динамической инерциальной системой отсчёта, поэтому необходимо применить стандартную систему уравнений Максвелла. Применяя для решения этой системы уравнений предложенный Хэвисайдом метод запаздывающих интегралов, находим известное решение

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{\left[(x-\mathrm{v}t)^2+(1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)\right]^{1/2}}, \qquad (25)$$

$$\overline{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q'\overline{\mathrm{v}}}{c^2\left[(x-\mathrm{v}t)^2 + (1-\frac{u^2}{c^2})(y^2+z^2)\right]^{1/2}}, \tag{26}$$

которое подтверждено опытом Роуланда.

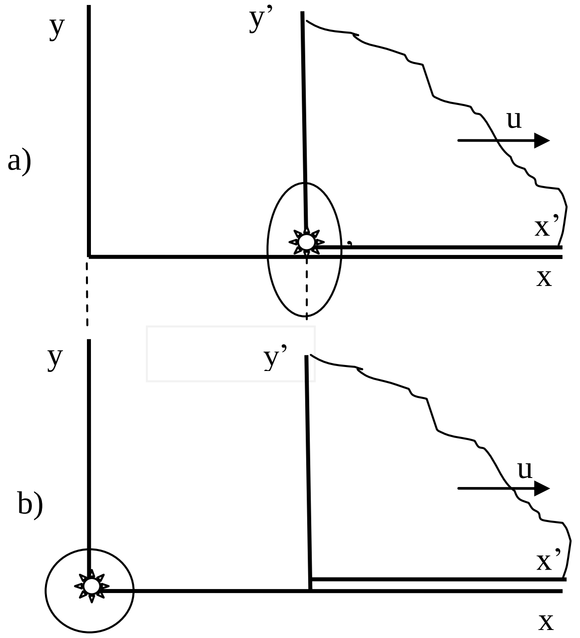


Рис. 6. Опыт Роуланда: a) прямой; b) обращённый

Из (25), (26) следует: а) эквипотенциальные поверхности движущегося заряда q' в динамической инерциальной системе отсчёта $\sum$ есть сжатые в направлении его движения эллипсоиды вращения, сопровождающие этот заряд; б) конвективный ток, обусловленный движением заряда q' относительно системы отсчёта $\sum$, создаёт магнитное поле.

b) Обращённый опыт Роуланда – поле заряда q в системе отсчёта $\sum'(x', y')$, рис. 6б.

Заряд q не движется вместе с системой отсчёта $\sum'$, но относительно неё он движется со скоростью $\overline{\mathrm{v}}' = -\overline{u}$. Следовательно, $\sum'$ является для заряда q псевдоинерциальной. Поэтому необходимо применить систему уравнений Максвелла для псевдоинерциальных систем отсчёта:

$$div\overline{E}' = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e, \tag{27}$$

$$rot\,\overline{E}' == -(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{B}', \tag{28}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{29}$$

$$rot\,\overline{B}' = \mu_0 \rho_e(\overline{u} + \overline{\mathrm{v}}') + \frac{1}{c^2}(\frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}')\overline{E}', \tag{30}$$

которая получается из стандартных уравнений Максвелла с помощью преобразования Галилея. Для рассматриваемого нами случая система уравнений (27) – (30) принимает вид

$$div\overline{E}' = \frac{1}{\varepsilon_0} q\delta(x' - ut), \tag{31}$$

$$rot\,\overline{E}' = 0, \tag{32}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{33}$$

$$rot\,\overline{B}' = 0. \tag{34}$$

Здесь учтено, что, так как поле заряда q в системе $\sum$ стационарно, то

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}\overline{\nabla}' = 0 \tag{35}$$

и, кроме того, $\overline{u} + \overline{\mathrm{v}}' = 0$. Из системы уравнений (31 – 34) находим

$$\phi' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\left[(x' + ut)^2 + y'^2 + z'^2\right]^{1/2}}, \qquad \overline{A}' = 0. \tag{36}$$

Из (36) следует: а) эквипотенциальные поверхности заряда q в кинематической системе отсчёта $\sum'$ есть сферические поверхности, движущиеся в отрицательном направлении оси x'; б) конвективный ток, обусловленный движением кинематической системой отсчёта $\sum'$, магнитного поля не создаёт.

Следовательно, ошибочным является утверждение современной релятивистской теории, согласно которой поле заряда q в $\sum'$ получается из поля заряда q' в системе отсчёта $\sum$ изменением знака скорости заряда в (25), (26). Причиной этой ошибки является отождествление динамической инерциальной системы отсчёта $\sum$ с кинематической псевдоинерциальной системой отсчёта $\sum'$. Не существует опыта, который подтверждал бы, что у покоящегося в лаборатории заряда возникает магнитное поле вследствие движения относительно него псевдо-инерциальной системы отсчёта $\sum'$. Вся экспериментально-практическая деятельность подтверждает противоположное. Например, никто и никогда не учитывает магнитное поле зарядов пластин конденсатора, между которыми движется система отсчёта электрона, даже если он летит со скоростью, близкой к скорости света.

Пример 6. К теоретическому обоснованию эксперимента по расщеплению уровней энергии в атоме водорода

“Спин-орбитальное взаимодействие частиц – взаимодействие частиц, зависящее от величины и взаимной ориентации их орбитального и спинового моментов количества движения и приводящее к так называемой *тонкой структуре* уровней энергии системы.

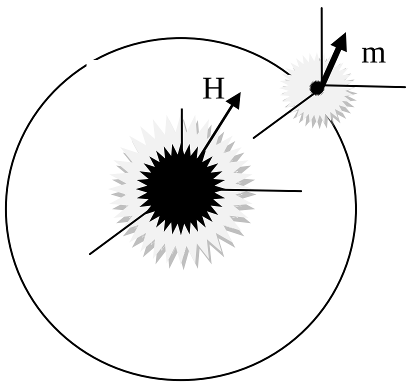


Рис. 7. Атом водорода

Наглядное физическое истолкование спин-орбитального взаимодействия можно получить, рассматривая, например, движение электрона в атоме водорода. Электрон обладает собственным моментом количества движения – спином, с которым связан спиновый магнитный момент. Электрон движется вокруг ядра по некоторой «орбите» (примем этот полуклассический образ). Обладающее электрическим зарядом ядро создаёт кулоновское электрическое поле, которое должно оказывать воздействие на спиновый магнитный момент движущегося по «орбите» электрона. В этом легко убедиться, если мысленно перейти в систему отсчёта, в которой электрон покоится (т. е. в систему, движущуюся вместе с электроном). В этой системе ядро будет двигаться и, как любой движущийся заряд, порождать магнитное поле ***H***, которое будет воздействовать на магнитный момент электрона **m**“ (Физическая энциклопедия).

Итак, согласно современным физическим представлениям – рис. 7:

“Наблюдатель, движущийся вместе с электроном по орбите вокруг протона, отметит, что протон обращается по такой же орбите вокруг электрона. При движении протона вокруг «покоящегося» электрона создаётся магнитное поле с индукцией $\overline{B}$… Взаимодействие, связывающее собственный магнитный момент вращающегося электрона с индукцией $\overline{B}$ магнитного поля протона, обусловленного орбитальным движением электрона, называется спин-орбитальным взаимодействием. Это взаимодействие является источником дополнительных энергетических уровней, которые и образуют тонкую структуру спектра” (В. Акоста, М. Кован, Б. Грэм. Основы современной физики. – М.: Просвещение, 1981. – С. 232)

Это ошибочное утверждение. Ядро атома водорода не вовлекается в переносное движение системы отсчёта вращающегося вокруг него электрона. Поэтому система отсчёта электрона для ядра является кинематической. Следовательно, чисто кинематическое обращение движения в паре электрон – протон не может привести к возникновению динамического поля протона с вектором магнитной индукции $\overline{B}$ – см. пример 5.

Пример 7. Силы и псевдосилы инерции в неинерциальных системах отсчёта

Проблема реальности и фиктивности сил инерции, входящих в основное уравнение динамики материальной точки в ускоренных (относительно инерциальных) системах отсчёта, возникшая в начале XX века и вызывавшая острые дискуссии на протяжении всего столетия, оставалась нерешённой. Важность решения этой проблемы следует уже из того, что Общая теория относительности Эйнштейна, как теория гравитации, базируется на принципе эквивалентности сил инерции и гравитации. Эта проблема получает своё решение лишь с позиции понятия о динамических и кинематических системах отсчёта.

Рассмотрим по отдельности проявление силы инерции в динамической и кинематической системе отсчёта.

а) Система отсчёта $\sum'(x', y')$ динамическая неинерциальная.

Пусть маятник покоится в системе отсчёта тележки $\sum'(x', y')$, которая движется с постоянным по величине и направлению ускорением q относительно лабораторной системы отсчёта $\sum(x, y)$ – рис. 8а.

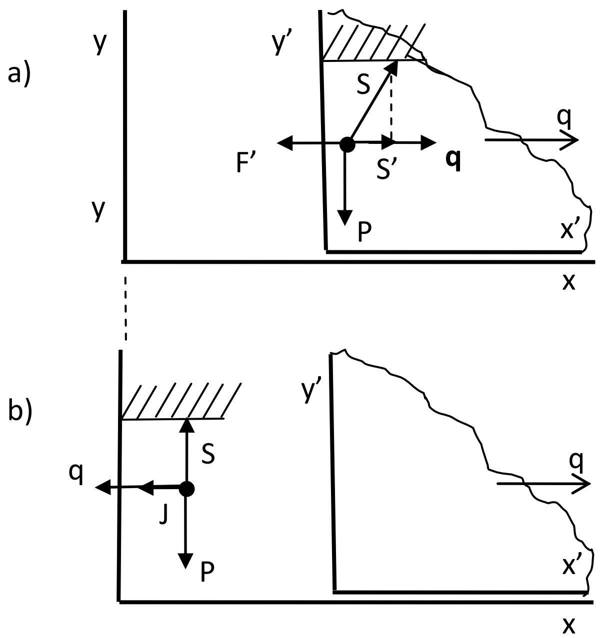


Рис. 8. Система отсчёта x'y' движется с постоянным ускорением q: а) маятник покоится в системе отсчёта x'y'; b) маятник покоится в системе отсчёта xy

Поскольку груз вовлекается в переносное движение этой системы отсчёта с тем же ускорением q, то в направлении этого ускорения возникает горизонтальная компонента силы реакции нити S'. Причём, согласно второму закону Ньютона (в проекции на ось x'),

$$mq = S', \tag{37}$$

откуда следует

$$S' - mq = 0 \qquad (38)$$

или

$$S' + F' = 0, \qquad (39)$$

где F' – переносная сила инерции

$$F' = -mq. \qquad (39а)$$

Поскольку в равенстве (39) сила S' есть реальная физическая сила, то и уравновешивающая её сила инерции F' есть реальная физическая сила. Эта сила инерции есть объёмная (массовая) сила. Но проявляется она как поверхностная сила, приложенная к нити маятника. Таким образом, равенство (39), с одной стороны, есть уравнение равновесия груза в проекции на ось x', и тогда обе входящие в это уравнение силы приложены к грузу. С другой стороны, равенство (39) выражает третий закон Ньютона, и тогда сила S' есть сила, приложенная со стороны нити к грузу, а сила F' есть сила, приложенная со стороны груза к нити. Здесь существует полная аналогия между соотношением объёмной (массовой) силы тяжести груза, приложенной к грузу, и весом груза, приложенным к нити. Именно в этом, динамическом смысле, сила инерции эквивалентна силе гравитации. Поэтому сила тяжести груза P, складываясь с физической силой инерции F', даёт результирующую силу, которая определяет направление местной вертикали в динамической неинерциальной (для рассматриваемого маятника) системе отсчёта.

б) Система отсчёта $\sum'(x', y')$ кинематическая псевдонеинерциальная.

Пусть маятник покоится в лабораторной системе отсчёта $\sum(x, y)$, а система отсчёта тележки $\sum'(x', y')$ движется с постоянным по величине и направлению ускорением q относительно лабораторной системы отсчёта – рис.8b. Поскольку груз не вовлекается в переносное движение системы отсчёта $\sum'(x', y')$, то эта система отсчёта является кинематической. Тогда, согласно кинематическому преобразованию систем отсчёта, ускорение груза a' относительно $\sum'$ равно

$$a' = a - q \qquad (40)$$

или, с учётом того, что ускорение a груза относительно $\sum$ равно нулю

$$a' = -q. \qquad (41)$$

Кинематическое соотношение (41) полностью описывает состояние груза в псевдонеинерциальной системе отсчёта. Следовательно, относительно псевдонеинерциальной системы отсчёта $\sum'$ груз движется ускоренно в сторону, противоположную ускорению самой этой системы отсчёта относительно $\sum$. И это движение груза обусловлено не приложенной к нему силой, а движением самой системы отсчёта $\sum'$. Формально уравнение (41) можно преобразовать. Для этого умножим обе его части на массу груза. Получим

$$ma' = -mq \qquad (42)$$

или

$$ma' = J', \tag{43}$$

где J'

$$J' = -mq. \tag{44}$$

Входящий в правую часть уравнения (43) член J' введен формально для того, чтобы кинематическому соотношению (41) придать вид основного уравнения динамики точки в инерциальной системе отсчёта. Таким образом, J' это псевдосила инерции.

В общем случае основное уравнение динамики точки в неинерциальных системах отсчёта имеет вид

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor}, \tag{45}$$

где переносная сила инерции $\bar{F}^{tr}$ и кориолисова сила инерции $\bar{F}^{Cor}$ даются выражениями

$$\bar{F}^{tr} = -m\bar{a}^{tr},\ \bar{F}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor}. \tag{46}$$

Соответственно, основное уравнение динамики точки в псевдонеинерциальных системах отсчёта имеет вид

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{J}^{tr} + \bar{J}^{Cor}, \tag{47}$$

где переносная $\bar{F}^{tr}$ и кориолисова $\bar{F}^{Cor}$ псевдосилы инерции даются выражениями

$$\bar{J}^{tr} = -m\bar{a}^{tr},\ \bar{J}^{Cor} = -m\bar{a}^{Cor}. \tag{48}$$

Этим исчерпывается вопрос о реальности и фиктивности сил инерции и в общем случае. Появляющаяся в уравнении движения материальной точки в динамических неинерциальных системах отсчёта переносная и кориолисова сила инерции есть реальные физические силы. Эти силы появляются вследствие взаимодействия данной материальной точки с тем телом отсчёта, с которым связана данная неинерциальная система отсчёта. В записанном в такой же форме уравнении движения материальной точки в кинематических псевдонеинерциальных системах отсчёта переносная и Кориолисова силы инерции есть фиктивные псевдосилы, они не есть результат взаимодействия данной материальной точки с чем бы то ни было.

Заметим, что в случае, когда рассматриваемая материальная точка вовлекается в переносное движение системы отсчёта не полностью, то есть происходит движение частицы с проскальзыванием, то основное уравнение движения динамики точки в этом случае имеет вид

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{tr} + \bar{F}^{Cor} + \bar{J}^{tr} + \bar{J}_{Cor}, \tag{49}$$

где переносная и Кориолисова силы инерции даются выражениями

$$-m(1-k)\,\bar{a}^{tr} = \bar{F}^{tr}, \quad -m(1-k)\,\bar{a}^{Cor} = \bar{F}^{Cor}, \tag{50}$$

а, соответственно, переносная и кориолисова псевдосилы инерции даются выражениями

$$-mk\bar{a}^{tr} = J^{tr}, \quad -mk\bar{a}^{Cor} = J^{Cor}, \tag{51}$$

где k – коэффициент скольжения. При $k = 0$ (нет скольжения) из (49) получаем уравнение (45), а при $k = 1$ (полное скольжение) из (49) получаем (47).

С учётом выражений для сил инерции (50) и псевдосил инерции (51), уравнение (49) можно представить в виде

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{tr} + \bar{N}^{Cor} + \vec{Q}^{tr} + \vec{Q}^{Cor}, \quad (52)$$

где подразделение на силы и псевдосилы инерции остаётся скрытым, причём

$$-m\bar{a}^{tr} = \bar{Q}^{tr}, \quad -m\,\bar{a}^{Cor} = \bar{Q}^{Cor}. \quad (53)$$

Мы рассмотрели случай, когда коэффициент скольжения частицы в направлении её переносного и кориолисового ускорений одинаков. В более общем случае может оказаться, что по этим двум ускорениям коэффициенты скольжения разные. Например, при движении грузика вдоль гладкой равномерно вращающейся трубки коэффициент скольжения для переносного ускорения $k_1 = 1$ (полное скольжение грузика вдоль трубки), а коэффициент скольжения для кориолисового ускорения $k_2 = 0$ (полное вовлечение грузика во вращение трубки). Уравнение (49) грузика в этом случае в системе отсчёта вращающейся трубки принимает вид:

$$m\bar{a}' = \sum \bar{F}_k + \bar{N}^{Cor} + \bar{F}^{Cor} + \bar{J}^{tr}. \quad (54)$$

В более общем случае коэффициенты k_1 и k_2 могут зависеть от времени, координат и скорости точки, что характерно для динамики вихрей, когда происходит постепенное вовлечение во вращение вихря всё новых и новых порций частиц среды. Причём эта зависимость коэффициентов скольжения от названных параметров может быть как линейной, так и нелинейной. В последнем случае следует ожидать проявления всех тех особенностей, которые характерны для нелинейных и параметрических колебаний систем.

Заключение по докладу

Классификация систем отсчёта в современной физике, когда **все** системы отсчёта, которые движутся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно относятся к инерциальным, а **все** ускоренные по отношению к ним системы отсчёта относятся к неинерциальным, без их подразделения на динамические и кинематические, является ошибочной. Такая ошибочная классификация систем отсчёта вступает в противоречие с фундаментальными физическими экспериментами и должна быть приведена в соответствие с базисом классической физики Ньютона – Максвелла – Лоренца

Тіло, що рухається відносно деякої системи відліку, або взаємодіє, або не взаємодіє з тим тілом, з яким пов’язана дана система відліку. Якщо така взаємодія існує, то ця система відліку для даного тіла є динамічною. При відсутності такої взаємодії ця система відліку для даного тіла є кінематичною. Геліоцентрична (точніше, барицентрична) система відліку є динамічною для всіх без виключення тіл Сонячної системи і в цьому розумінні названа Ньютоном абсолютною. Всі інші системи відліку в межах Сонячної системи (з відомою точністю) для одних тіл є динамічними, для других – кінематичними. Наприклад, Геоцентрична система відліку є динамічною для всіх тіл, що приймають участь в її переносному русі (відносно Сонця) і кінематичною для планет та комет, які не приймають участі в переносному русі Землі. Динаміка Ньютона та електродинаміка Максвелла тіл що рухаються обґрунтовані їх авторами виключно в динамічних системах відліку, що рухаються відносно Геліоцентричної системи відліку поступально, рівномірно та прямолінійно. Такі системі відліку звуться інерціальними для даної сукупності тіл.

Навчальне видання

ПОТЄХІН Анатолій Федорович

ФІЗИКА
Введення в динаміку
Класифікація систем відліку

Науково-методологічний посібник
для загальноосвітніх та вищих навчальних закладів

Російською мовою

Завідувачка редакції Т. М. З а б а н о в а
Редактор Н. Я. Р и х т і к
Технічний редактор О. М. П е т р е н к о
Коректор О. Г. Д а й б о в а

Підписано до друку 20.06. 2011. Формат 60х84/16.Папір офсетний. Гарнітура «Times»
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 4.19. Тираж 300 прим. Вид № 78. Зам. № 379.

Видавництво і друкарня «Астропринт». 65091, м. Одеса, вул. Разумовська, 21
Тел.: (0482) 37-07-95, 37-14-25, 33-07-17.**www.astroprint.odessa.ua**
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 1373 від 28.05.2003 р.