CONFERENCE PROCEEDINGS
12-th International Conference of Mathematical Methods in Electromagnetic Theory
June 29 – July 02, 2008, Odesa, Ukraine

Оригинал статьи на англ.

ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА ГАЛИЛЕЙ-КОВАРИАНТНЫ ВО ВСЕХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОТСЧЁТА

А. Потехин
Одесский национальный морской университет
Ул. Мечникова, 34, 65029, Одесса, Украина

Аннотация

Вводятся понятия о динамических и кинематических системах отсчёта [1], [2]. Получены полевые уравнения Максвелла в кинематических неускоренных (по отношению к инерциальным) системах отсчёта. Показано, что уравнения Максвелла, записанные в инерциальных системах отсчёта, не ковариантны относительно преобразований Галилея. Но эти уравнения Галилей-ковариантны во всех кинематических систем отсчёта.

О КЛАССИФИКАЦИИ СИСТЕМ ОТСЧЁТА В ФИЗИКЕ

Согласно Ньютону все подвижные системы отсчёта разделяются на два класса – динамические и кинематические [1], [2]. Если рассматриваемая система материальных частиц движется совместно с системой отсчёта $\sum$, которая, в свою очередь, движется относительно сферы удалённых звёзд, тогда $\sum$ является динамической системой отсчёта для данного процесса. Если рассматриваемая система материальных частиц не принимает участия в переносном движении совместно с системой отсчёта $\sum'$, тогда она является кинематической системой отсчёта для данного процесса. Необходимо отметить относительность этих понятий: одна и та же система отсчёта для одних процессов может быть динамической, для других – кинематической.

Динамические системы отсчёта, в свою очередь, подразделяются на два класса – инерциальные и неинерциальные. Только в динамике появляется понятие инерциальных систем отсчёта. Динамические системы отсчёта, которые движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно сферы удалённых звёзд, следовательно, и друг относительно друга, являются инерциальными системами отсчёта. В каждой из таких динамических инерциальных систем отсчёта согласно экспериментально установленному динамическому принципу относительности Галилея-Ньютона, физические законы не только механики, но и электродинамики наблюдаются и описываются одинаково с точностью до обозначения координат. Уравнения движения физических процессов в динамических инерциальных системах отсчёта никогда не содержат скорости их движения относительно других систем отсчёта. Динамические системы отсчёта, которые движутся с ускорением относительно динамических инерциальных систем отсчёта, являются неинерциальными динамическими системами отсчёта.

Подразделение кинематических систем отсчёта на неускоренные и ускоренные условно (относительно), поскольку все они равноправны и любая из них может быть принята за неподвижную. Если уравнение движения некоторого процесса относительно одной из систем отсчёта, принятой за неподвижную, известно, то уравнение движения этого же процесса относительно другой кинематической (для данного процесса) системы отсчёта может быть получено кинематическим преобразованием этих систем отсчёта, например, преобразованием Лоренца [3] или преобразованием Галилея. Уравнение движения физического процесса в кинематической системе отсчёта всегда содержит скорость её движения относительно другой системы отсчёта.

ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ДИНАМИЧЕСКИХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОТСЧЁТА

Полевые уравнения Максвелла в некоторой инерциальной системе $\sum$ отсчёта имеют вид

$$div\,\overline{E} = 0 \tag{1}$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}, \tag{2}$$

$$div\,\overline{B} = 0, \tag{3}$$

$$rot\,\overline{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} \tag{4}$$

Согласно динамическому принципу Галилея-Ньютона, в другой инерциальной системе отсчёт $\sum *$ уравнения Максвелла имеют тот же вид

$$div\,\overline{E}* = 0 \tag{5}$$

$$rot\,\overline{E}* = -\frac{\partial \overline{B}*}{\partial t}, \tag{6}$$

$$div\,\overline{B}* = 0, \tag{7}$$

$$rot\,\overline{B}* = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \overline{E}*}{\partial t} \tag{8}$$

В электродинамической теории возникла и другая задача: необходимо описать поле (1) - (4) в кинематической неускоренной системе отсчёта. $\sum'$. При этом, $\sum'$ движется относительно ИСО $\sum$ со скоростью $\overline{u}' = const$. Чтобы описать в $\sum'$ процесс, который происходит в ИСО $\sum$, применим кинематическое преобразование Галилея

$$\overline{r} = \overline{r}' + \overline{u}'t, \qquad t = t' \tag{9}$$

к системе уравнений (1)-(4).

Выведем некоторые вспомогательные соотношения. Применив преобразования Галилея (9) к функции $f(\overline{r},t)$, получим

$$f(\overline{r},t) = f(\overline{r}' + \overline{u}'t', t') = f'(r',t') \tag{10}$$

Далее находим

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f'}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} + \frac{\partial f'}{\partial \overline{r}'}\frac{\partial \overline{r}'}{\partial t}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \overline{r}} = \frac{\partial f'}{\partial \overline{r}'}\frac{\partial \overline{r}'}{\partial \overline{r}}. \tag{12}$$

Принимая также во внимание, что

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = 1, \quad \frac{\partial r'}{\partial t} = -\overline{u}', \quad \frac{\partial \overline{r}'}{\partial \overline{r}} = \delta_{ij}\ (\ \delta_{ij} = 1, i = j;\ \ \delta_{ij} = 0, i \neq j) \tag{13}$$

из (11) и (12) получим следующие соотношения между операторами в штрихованной и не штрихованной системах отсчёта

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \overline{u}'\overline{\nabla}', \quad \overline{\nabla} = \overline{\nabla}'. \tag{14}$$

С учётом (14), уравнения Максвелла (1)-(4), после применения к ним преобразования Галилея, принимают следующий вид в системе отсчёта $\sum'$

$$div\overline{E}' = 0, \tag{15}$$

$$rot\,\overline{E}' == -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}' + \left[(\overline{u}'\overline{\nabla})\overline{B}'\right], \tag{16}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{17}$$

$$rot\,\overline{B}' = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}' - \left[\frac{1}{c^2}(\overline{u}'\overline{\nabla})\overline{E}'\right]. \tag{18}$$

Как и следовало ожидать, нековариантность уравнений Максвелла (1)-(4) и (15)-(18) обусловлена конвективным током и конвективной производной от векторов поля – члены в квадратных скобках.

В кинематических системах отсчёта существует математический (теоретический) принцип, аналогичный физическому (экспериментальному) принципу относительности Галилея-Ньютона в инерциальных системах отсчёта. Этот математический принцип формулируется так: "Уравнения движения некоторого процесса во всех кинематических системах отчёта ковариантны относительно некоторого преобразования этих систем отсчёта, причём данное преобразование образует группу".

Пусть $O''x''y'z''$ будет другой кинематической системой отсчёта. Тогда, согласно преобразованию Галилея,

$$\overline{r} = \overline{u}''t + \overline{r}'' \quad t = t'' \tag{19}$$

и уравнения (1)- (4) в $O''x''y''z''$ принимают вид

$$div\overline{E}'' = 0, \tag{20}$$

$$rot\,\overline{E}'' == -\frac{\partial}{\partial t'}\overline{B}'' + \left[(\overline{u}''\overline{\nabla})\overline{B}''\right], \tag{21}$$

$$div\,\overline{B}' = 0, \tag{22}$$

$$rot\,\overline{B}'' = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\overline{E}'' - \left[\frac{1}{c^2}(\overline{u}''\overline{\nabla})\overline{E}''\right]. \tag{23}$$

где $\overline{u}'' = const$ - скорость движения системы отсчёта $O''x''y'z''$ относительно $Oxyz$.

Преобразование Галилея

$$r' = \mathrm{v}t + r'', \quad t' = t'' = t, \tag{24}$$

где v - относительная скорость систем отсчёта $O'x'y'z'$ and $O''x''y'z''$,

$$\mathrm{v} = u'' - u' \tag{25}$$

приводит уравнения (15)- (18) к уравнениям (20)- (23),, что подтверждает групповые свойства преобразования Галилея.

Мы пришли к выводу, что в электродинамике, как и в механике:

а) Динамические инерциальные системы отсчёта равноправны в том смысле, что идентичные физические процессы в каждой из них протекают и описываются одинаково.

б) Кинематические системы отсчёта равноправны в том смысле, что уравнения движения одного и того же процесса в них ковариантны относительно их взаимного преобразования, причём это преобразование обладает групповыми свойствами.

Ссылки

[1.] A. F. Potjekhin, "To the Question of the Principle of Equivalence in the Einstein's GTR", in *Gamow Memorial International Conference Dedicated to 100-th Anniversary of Georg Gamow «Astrophysics and Cosmology after Gamow – Theory and Observations», Odessa, August 8-14, 2004*, Odessa, Astroprint, 2004, pg. 126.

[2.] Потехин А. Ф. Основное уравнение динамики точки в ускоренных системах отсчёта. // Сборник трудов IX международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум», Волгоград (Россия) – Москва, 2006. – С. 95

[3.] А. Эйнштейн Собрание научных трудов, I, Наука, М., 1965, pp. 7-35.