

ИНДЕКС УД К: 530.11+530.12+531.31

А. Ф. ПОТЕХИН

О ДИНАМИЧЕСКИХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ОТСЧЁТА

Рассматривается два класса систем отсчёта – динамических и кинематических. Сформулирован критерий выделения динамических инерциальных систем отсчёта. Дан вывод основного уравнения динамики относительного движения точки в динамических неинерциальных системах отсчёта. Решена проблема фиктивности и реальности сил инерции. На примере колебаний маятника, выявлены все нюансы динамической и кинематической относительности движения в классической физике [1].

Абсолютная система отсчёта (АСО)

Общепринятым является следующее определение системы отсчёта (СО): Под системой отсчёта понимают систему координат, служащую для указания положения частиц в пространстве, вместе со связанной с этой системой часами, служащими для указания времени.

В заложенном Ньютоном в фундамент классической физики понятийном аппарате, понятия абсолютного или неподвижного пространства и абсолютного или универсального времени, играют особую роль. Введением этих понятий Ньютон, во-первых, устранил влияние выбора относительных пространства (тел отсчёта) и относительного времени (приблизённо равномерного движения) на описание движения тел. Во-вторых, он учёл наличие в природе динамически выделенной системы отсчёта, вращение относительно которой сопровождается стремлением частиц удалиться от оси вращения (опыт Ньютона с вращающимся ведром с водой).

Поскольку факт вращения Земли относительно сферы удалённых звёзд Ньютону был известен, то в качестве абсолютной он практически использовал Гелиоцентрическую систему отсчёта. Однако Ньютон понимал всю условность выбора абсолютно неподвижной системы отсчёта: “Может оказаться, что в действительности не существует покоящегося тела, к которому можно было бы относить места и движения прочих” [2]. Можно говорить лишь об иерархии «неподвижных» или «абсолютных», вложенных одна в другую, систем отсчёта по типу матрёшки: для движущегося корабля неподвижной является система отсчёта, связанная с поверхностью Земли; для поверхности Земли неподвижной является система отсчёта, начало которой совпадает с центром Земли, а оси направлены к удалённым звёздам; для этой, в свою очередь, неподвижной является Гелиоцентрическая система отсчёта и т. д. Таким образом, понятие абсолютной СО есть понятие относительное. По мере глобализации «неподвижных» систем отсчёта, мы приближаемся к абсолютному пространству Ньютона лишь в пределе. Критиковать абсолютное пространство и абсолютное время Ньютона также бессмысленно, как критиковать другие научные абстракции, например, понятия идеальной жидкости или газа, абсолютно твёрдого тела или материальной точки.

Дальнейшее, после Ньютона, развитие физики позволило, в некоторой степени, прояснить причину существования динамически выделенного абсолютного пространства. Выявилось, что всё то, что существует в природе, материя, есть либо вещество, либо поле. Если субстанциальной характеристикой вещества является масса, то субстанциальной характеристикой поля является плотность энергии (не путать с понятием энергии, как меры движения!). Универсальным и всепроницающим является поле гравитационное. Плот-

ность энергии гравитационного поля обусловлена всей массой вещества Вселенной, при этом вклад на макро уровне в эту плотность отдельного взятого тела пренебрежимо мал. По мере глобализации систем отсчёта, плотность энергии гравитационного поля в них становится всё более и более равномерной, что и определяет, в конечном итоге, фоновое гравитационное поле и выделенную абсолютную систему отсчёта.

Как экспериментальный факт, следует признать, что движущаяся равномерно и прямолинейно относительно АСО материальная частица с фоновым гравитационным полем не взаимодействует. Но с этим полем взаимодействует частица, движущаяся под действием приложенной силы F с ускорением a относительно АСО. В результате этого взаимодействия возникают объёмные или массовые силы инерции, приложенные к частицам тела. Но проявляются они [1], как Даламберова, поверхностная сила инерции $J = -ma$, приложенная к связи, так что $F + J = 0$. Здесь существует полная аналогия с объёмной силой гравитационного поля, которая проявляется как поверхностная сила, приложенная к нити или опоре, т. е. как вес тела.

Заметим, что обнаруженное в 1963г. космическое микроволновое $2,7^\circ K$ излучение позволяет определить абсолютную систему отсчёта также как таковую, относительно которой данное излучение однородно и изотропно.

Динамический принцип относительности Галилея-Ньютона

Известно, что сначала Ньютоном была создана Механика неба, то есть механика движения планет, и лишь потом Механика земных тел. Поэтому, Ньютон сначала сформулировал свои законы в Гелиоцентрической системе отсчёта Коперника, которую он абстрагировал затем до понятия «абсолютно неподвижного пространства». Далее Ньютон обратил внимание на чрезвычайно важный экспериментальный факт, который впервые описал Галилей, известный сегодня как принцип относительности Галилея-Ньютона. Этот принцип Ньютон формулирует в Следствии V вводной части своих «Начал»: «Относительные движения друг по отношению к другу тел, заключенных в каком-либо пространстве, одинаковы, – покоится ли это пространство или движется равномерно и прямолинейно без вращения» [2]. При этом следует учесть следующее замечание Ньютона: «Тело, движущееся в подвижном пространстве, участвует и в движении этого пространства, поэтому тело, движущееся от подвижного места, участвует в движении своего места» [2]. Эти два утверждения Ньютона можно объединить и принцип относительности Галилея-Ньютона сформулировать так: «Идентичные процессы в каждой из физических лабораторий, которые движутся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно, происходят, наблюдаются и описываются одинаково» Этот принцип можно сформулировать и так: «Никакими опытами внутри физических лабораторий нельзя обнаружить их поступательное, равномерное и прямолинейное движение друг относительно друга». Данное утверждение Ньютон сопровождает комментарием: «Это подтверждается обильно опытами. Все движения на корабле совершаются одинаково, находится ли он в покое или движется равномерно и прямолинейно» [2]. Серия экспериментов на переломе XIX и XX столетий выявили, что этот принцип выполняется также и в электродинамике.

Принцип относительности Галилея чрезвычайно важен. Он позволяет применять законы Ньютона и электродинамические уравнения Максвелла не только в «абсолютной» системе отсчёта, но и в любых системах отсчёта (физических лабораториях), которые движутся относительно неё поступательно, равномерно и прямолинейно (и, как следствие, друг относительно друга), [3].

Динамические и кинематические системы отсчёта

Если рассматриваемая система материальных частиц движется вместе с СО Σ , которая, в свою очередь, движется относительно АСО Σ^0 , то Σ называется динамической

системой отсчёта для данного процесса. Если рассматриваемая система материальных частиц не принимает участия в переносном движении совместно с $СО \Sigma'$, то последняя называется кинематической для данного процесса. Следует подчеркнуть относительность этих понятий: одна и та же система отсчёта для одних процессов может быть динамической, для других – кинематической. Динамические системы отсчёта, в свою очередь, подразделяются на два класса – инерциальных и неинерциальных.

Понятие инерциальных систем отсчёта (ИСО) возникает в динамике. Рассмотрим некоторую систему взаимодействующих между собою материальных частиц. Рассмотрим движение разных физических систем друг относительно друга. Систему отсчёта, связанную с центром масс рассматриваемой физической системы и движущуюся поступательно, назовём сопровождающей. Определим физическую систему как закрытую, если ей принадлежат только те тела, которые, взаимодействуя друг с другом, перемещаются также вместе со своей сопровождающей системой отсчёта. Например, закрытой Солнечной системе принадлежат все планеты, кометы и всё то, что удерживается полем тяготения Солнца. Закрытой системе тел Земли принадлежит все то, что удерживается полем тяготения Земли. Закрытой системе тел каюты корабля принадлежит всё то, что находится в ней и перемещается вместе с нею и т. д. Заметим, что приведенное определение закрытой физической системы не совпадает с понятием изолированной физической системы. В последнем случае в физическую систему должны быть включены все без исключения тела, взаимодействующие между собой. Всякая изолированная физическая система является закрытой, но обратное неверно. Например, упомянутая каюта корабля является закрытой, но не изолированной, так как все находящиеся в ней тела тяготеют к Земле, не включенной в систему тел каюты.

Пусть в каждой из закрытых физических систем наблюдаются только те процессы, которые происходят в этих же системах. Пусть в разных физических системах совершаются и наблюдаются полностью идентичные процессы. Будем называть сопровождающие системы отсчёта закрытых физических систем инерциальными, если протекающие по отдельности в каждой из них идентичные процессы происходят и наблюдаются одинаково. Таково определение инерциальных систем отсчёта по физическому признаку. Можно определить эти системы отсчёта и по математическому признаку. Будем называть сопровождающие системы отсчёта закрытых физических систем инерциальными, если протекающие в каждой из них идентичные процессы описываются одинаково. Это обозначает, что уравнение движения какого-либо процесса в одной из инерциальных систем отсчёта получается из уравнения движения такого же процесса в другой ИСО только лишь заменой обозначений их координат и времени. При этом не имеет значения, описываются ли эти процессы в явной (непосредственной зависимостью координат от времени) или неявной (дифференциальными или интегральными уравнениями с соответствующими начальными и граничными условиями) форме. В последнем случае описание идентичных процессов предполагает как идентичность дифференциальных или интегральных уравнений, которые описывают эти процессы, так и идентичность соответствующих начальных и граничных условий. Заметим, что вложенные друг в друга по типу матрёшки ИСО имеют свою специфику, что будет рассмотрено ниже.

Руководствуясь приведенным определением инерциальных систем отсчёта, только с помощью экспериментов можно выявить, существуют или нет такие системы отсчёта, а если существуют, то только с помощью экспериментов можно найти необходимый и достаточный критерий того, что данная система отсчёта является инерциальной. Принцип относительности Галилея-Ньютона не только подтверждает существование инерциальных систем отсчёта, удовлетворяющих сформулированным выше признакам, но и даёт необходимые и достаточные условия для их выделения: “Сопровождающие системы отсчёта, которые, во-первых, движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно АСО, следовательно, и друг относительно друга и, во-вторых, связаны с закрытыми физи-

ческими системами, будут инерциальными для каждого из процессов, который происходит в этих закрытых системах”.

Проиллюстрируем сказанное выше следующими примерами.

Пример 1. Рассмотрим затухающие линейные колебания одного и того же математического маятника относительно каждой из двух систем отсчёта в следующих случаях:

1.1. подвижная СО (тележка) движется относительно неподвижной СО поверхности Земли (лабораторной) поступательно, равномерно и прямолинейно, точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в лабораторной СО;

1.2. подвижная СО (тележка) движется относительно неподвижной СО поверхности Земли (лабораторной) равноускоренно, точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в лабораторной СО.

Решение.

Считаем, что в начальный момент времени начала неподвижной $\Sigma(Oxy)$ и подвижной $\Sigma'(O'x'y')$ СО совпадают с точкой подвеса маятника и их оси параллельны. Движение Σ' происходит в положительном направлении оси x . С известной точностью, система отсчёта Σ принимается за динамически неподвижную.

1.1а. Подвес маятника неподвижен в лабораторной СО Σ , наблюдения из этой же СО. Запишем основное уравнение динамики точки в ИСО Σ

$$ma = P + T + R, \quad (1)$$

где P, T, R - соответственно вес груза, сила реакции нити и сила сопротивления среды. С учётом

$$P = mg, \quad R = -\mu v, \quad (1) \text{ принимает вид}$$

$$ma = mg + T - \mu v. \quad (2)$$

Обозначая $k^2 = gl^{-1}$, $2n = \mu m^{-1}$, $k_1^2 = k^2 - n^2$, где m, l - масса груза и длина нити, μ - коэффициент сопротивления среды, и проектируя (2) на направление касательной к траектории груза, получим дифференциальное уравнение малых ($\sin \varphi \approx \varphi$) колебаний маятника

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + k^2\varphi = 0, \quad (3)$$

решая которое, находим угол φ отклонения маятника от вертикали, прямоугольные координаты груза и силу натяжения нити N

$$\varphi = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t), \quad (4)$$

$$x = l \sin \varphi, \quad y = l \cos \varphi, \quad (5)$$

$$N = ml\dot{\varphi}^2 + mg \cos \varphi. \quad (6)$$

1.1б. Подвес маятника неподвижен в Σ , наблюдения из движущейся с постоянной скоростью \bar{u} тележки Σ' . Поскольку маятник не принимает участия в движении системы отсчёта Σ' , то последняя для него является кинематической. Применение в ней законов Ньютона динамики точки неправомерно. Поэтому, уравнение движения в Σ' можно получить, лишь воспользовавшись соответствующим кинематическим преобразованием СО, в данном случае, преобразованием Галилея

$$r = ut + r', \quad t = t'. \quad (7)$$

Тогда уравнение (1) движения маятника в Σ' принимает вид

$$ma' = P + T + R. \quad (8)$$

Имея одинаковый вид, уравнения (1) и (8), отличаются тем, что входящая в них одна и та же сила сопротивления среды R имеет различные аналитические выражения, то есть

уравнение (1) ковариантно относительно преобразования (7). С учётом $a = a'$, $R = -\mu(u + v')$, получим

$$ma' = mg + T - \mu v' - \mu u. \quad (9)$$

Проектируя (9) на направление касательной к траектории в Σ груза маятника, с учётом инвариантности угла поворота относительно преобразования (7), т. е. $\varphi = \varphi'$, а также соотношения $v'_\tau = v_\tau - u_\tau$, получим, что дифференциальное уравнение колебаний маятника в Σ'

$$\ddot{\varphi}' + 2n\dot{\varphi}' + k^2\varphi' = 0, \quad (10)$$

инвариантно относительно выполненного преобразования (7). Тогда

$$\varphi' = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t), \quad (11)$$

$$x' = l \sin \varphi - ut, \quad y' = l \cos \varphi, \quad (12)$$

$$N = ml\dot{\varphi}'^2 + mg \cos \varphi. \quad (13)$$

Измеряя скорость удаления точки подвеса маятника из Σ' , мы можем выявить скорость движения Σ' относительно “неподвижной” СО Σ , то есть, динамический принцип относительности в этом случае не выполняется и утверждение о том, что все СО, которые движутся друг относительно друга поступательно, равномерно и прямолинейно, являются инерциальными, ошибочно.

1.2б. Подвес маятника неподвижен в физической лаборатории Σ , наблюдения из движущейся с ускорением $q = const$ тележки Σ' . И в этом случае маятник не принимает участия в движении системы отсчёт Σ' , поэтому ускоренная СО Σ' является кинематической. Уравнение движения маятника в Σ' , снова-таки, можно получить, лишь применив к (1) соответствующее кинематическое преобразование

$$r = 2^{-1}qt^2 + r', \quad t = t'. \quad (14)$$

В результате получим

$$ma' = P + T + R + F^e, \quad (15)$$

где

$$R = -\mu(qt + v'), \quad F^e = -mq. \quad (16)$$

Проектируя (15) на направление касательной к траектории в Σ груза маятника, с учётом соотношений $v'_\tau = v_\tau - q_\tau t$, $a'_\tau = a_\tau - q_\tau$, получим уравнение колебаний маятника в Σ' . Вследствие преобразования (14), опять-таки $\varphi = \varphi'$ и уравнение колебаний маятника (3) снова инвариантно, но уже относительно нелинейного преобразования (14). Тогда

$$\varphi' = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) \quad (17)$$

$$x' = l \sin \varphi - \frac{qt^2}{2}, \quad y' = l \cos \varphi \quad (18)$$

$$N = ml\dot{\varphi}'^2 + mg \cos \varphi. \quad (19)$$

Из системы Σ' видны те же колебания маятника, что и из Σ , но удаляющиеся с ускорением q в отрицательном направлении оси x' . Появившийся в (15), как следствие кинематического преобразования, член F^e есть фиктивная переносная сила инерции.

Пример 2. Рассмотреть затухающие линейные колебания одного и того же математического маятника относительно каждой из двух систем отсчёта в следующих случаях:

2.1. подвижная система отсчёта $\Sigma'(O'x'y')$ (тележка) движется относительно неподвижной системы отсчёта $\Sigma(Oxy)$ поверхности Земли (лабораторной) поступательно, равномерно и прямолинейно, точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в системе отсчёта тележки;

2.2. подвижная система отсчёта (тележка) движется относительно неподвижной системы отсчёта поверхности Земли (лабораторной) равноускоренно, точка подвеса маятника и среда сопротивления неподвижны в системе отсчёта тележки.

Решение.

2.1а. Подвес маятника неподвижен относительно движущейся с постоянной скоростью \bar{u} тележки, наблюдения из тележки. Поскольку маятник перемещается вместе с СО Σ' , которая, в свою очередь, движется поступательно, равномерно и прямолинейно относительно неподвижной СО Σ , то Σ' является ИСО. Тогда, заменяя в (4) – (6) нештрихованные кинематические параметры на штрихованные, получим

$$\varphi' = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) \quad (20)$$

$$x' = l \sin \varphi'; \quad y' = l \cos \varphi' \quad (21)$$

$$N = m \dot{\varphi}'^2 l + P \cos \varphi' \quad (22)$$

2.1б. Подвес маятника неподвижен относительно движущейся с постоянной скоростью \bar{u} тележки, наблюдения из физической лаборатории. Поскольку маятник перемещается вместе с СО Σ' , которая, в свою очередь, движется вместе с СО Σ , то, в конечном итоге, маятник перемещается вместе с СО Σ . В таком случае, СО Σ является для маятника динамической и неподвижной, следовательно, правомерно применение основного уравнения динамики точки

$$ma = P + T + R, \quad (23)$$

где $R' = -\mu v' = -\mu(v - u)$. Тогда уравнение колебаний маятника принимает вид

$$ma = mg + T - \mu v + \mu u. \quad (24)$$

Проектируя (24) на направление касательной к траектории в Σ' груза маятника, с учётом $\varphi = \varphi'$, а также соотношения $v_\tau = v'_\tau + u_\tau$, получим, что дифференциальное уравнение колебаний маятника

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + k^2 \varphi = 0, \quad (25)$$

так что

$$\varphi = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) \quad (26)$$

$$x = l \sin \varphi + ut; \quad y = l \cos \varphi \quad (27)$$

$$N = m \dot{\varphi}^2 l + P \cos \varphi \quad (28)$$

Заметим, входящая в (24) скорость u не есть скорость движения СО Σ относительно абсолютной для неё гелиоцентрической системы отсчёта. Поэтому динамический принцип относительности в Σ выполняется.

2.2а. Подвес маятника неподвижен относительно движущейся с ускорением $q = const$ тележки Σ' , наблюдение из тележки. СО Σ' является для маятника динамической СО. Выведем основное уравнение динамики точки для динамической ускоренной системы отсчёта.

Пусть вначале СО Σ' покоится относительно неподвижной СО Σ . Тогда уравнение движения в Σ' имеет вид

$$ma' = P + T + R, \quad (29)$$

где $R = -\mu v'$. Пусть теперь Σ' перемещается поступательно с ускорением $q = const$ относительно Σ . Тогда маятник перемещается вместе с СО Σ' , которая, в свою очередь, движется ускоренно относительно неподвижной СО Σ . Дополнительное ускорение q груза маятника относительно Σ может быть обусловлено реальной физической силой. Такая сила T' может быть приложена только со стороны нити маятника, причём

$$mq = T' \quad (30)$$

Складывая левые и правые части равенств (29), (30), получим

$$m(a'+q) = P + (T + T') + R, \quad \text{или} \quad (31)$$

$$ma' = P + T^* + R + F^e, \quad (32)$$

где $T^* = T + T'$, $F^e = -mq$. Проектируя (29) на направление касательной к траектории в Σ' груза маятника, с учётом $\varphi = \varphi'$, получим дифференциальное уравнение колебаний маятника

$$\ddot{\varphi}' + 2n\dot{\varphi}' + k^2\varphi' = -ql^{-1}, \quad (33)$$

решая которое, находим

$$\varphi' = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) - \frac{q}{lk^2} \quad (34)$$

$$x' = l \sin \varphi'; \quad y' = l \cos \varphi' \quad (35)$$

$$N = m \dot{\varphi}'^2 l + P \cos \varphi' - mq \sin \varphi' \quad (36)$$

Заметим, что общепринятый вывод уравнения динамики относительного движения точки с помощью кинематического преобразования (14) при переходе от нештрихованной СО к штрихованной, является ошибочным. Действительно, такое преобразование приводит к уравнению (15), в котором, во-первых, сила реакции нити $T \neq T^*$. Во-вторых, в (15) переносная сила инерции F^e является кинематической или фиктивной, тогда как в уравнении (32) переносная сила инерции F^e является динамической или реальной, обусловленной дополнительной силой реакции нити T' .

2.2б. Подвес маятника неподвижен относительно движущейся с ускорением $q = const$ тележки, наблюдения из физической лаборатории. Система отсчёта лаборатории Σ является для маятника динамической и неподвижной. Основное уравнение динамики в ней имеет вид

$$ma = P + T^* + R \quad (37)$$

где T^* - полная сила реакции нити, $R = -\mu(v - qt) = -\mu v'$. Поскольку, в силу кинематического соотношения $a = a' + q$, $v = qt + v'$, уравнение (37) приводится к виду (32), то получим

$$\varphi = e^{-nt} (C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) - \frac{q}{lk^2} \quad (38)$$

$$x = l \sin \varphi + \frac{at^2}{2}; \quad y = l \cos \varphi \quad (39)$$

$$N = m \dot{\varphi}^2 l + P \cos \varphi - mq \sin \varphi \quad (40)$$

Аналогичные задачи электродинамики в динамических и кинематических системах отсчёта рассмотрены в [4], [5], где, в частности, показано, во-первых, что электродинамические уравнения Максвелла справедливы лишь для динамических ИСО; во-вторых, что общеизвестные преобразования Лоренца уравнений Максвелла ведут к ошибочным электродинамическим уравнениям в кинематических системах отсчёта даже в том случае, если

последние движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно той ИСО, в которой данный физический процесс происходит.

Вывод

Между динамическими и кинематическими системами отсчёта существуют принципиальные различия. Учёт этого обстоятельства позволяет осознать различие и между другими динамическими и кинематическими понятиями. Например, [1], между динамическим и кинематическим принципом относительности; динамическими инерциальными системами отсчёта и кинематическими неускоренными системами отсчёта; динамическими (физическими) и кинематическими (фиктивными) силами инерции; динамической (физической) и кинематической (фиктивной) эквивалентностью гравитационного поля полю сил инерции и др. отождествление динамических и кинематических понятий неизбежно ведёт к путанице, ошибкам и заблуждению. Например, на протяжении всего XX столетия кинематическое основное уравнение динамики точки (15) ошибочно отождествлялось с динамическим уравнением (32), в результате чего и возникла знаменитая проблема о реальности и фиктивности сил инерции. Аналогично электродинамические уравнения Максвелла в ИСО ошибочно применялись и в кинематических неускоренных СО [4], [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Потехин А. Ф. Краткий курс теоретической механики в вопросах и ответах с анализом базовых понятий (укр.). Рекомендовано Министерством образования и науки Украины для студентов вузов. Издание второе. – Львов: Новый свет. – 2004. – 200 с.
2. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. – М.: Наука, 1989. – 688 с.
3. Potjehin A. F. // *Nadronic Journal Supplement*. – 1999. – V.14. – P. 297-313.
4. Потехин А. Ф. Классическая теория относительности. – Одесса: Маяк. – 2003. – 80 с.
5. Potjehin A. F. *Relativity in physics*. – Odessa: – Majak. – 2003. – 60 p.

Примечание Статья отправлена 11 июня 2004 года. Переписку с Редакцией журнала по данной статье см. в разделе ПЕРЕПИСКА настоящего сайта