МВ ССО СССР
СБОРНИК НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИХ СТАТЕЙ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ
Москва, «высшая школа»

А.Ф. Потехин

К МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ТЕОРИИ ГИРОСКОПОВ

Вынужденная прецессия гироскопа, действие на него ударных сил, гироскопический момент – при изложении этих и некоторых других вопросов элементарной теории гироскопа обычно используют теорему об изменении кинетического момента в форме Резаля. Этим достигается компактность изложения, но теряется физическая сущность рассматриваемых явлений. Физическая же природа особенностей гироскопа заключается в действии Кориолисовых сил инерции, которые здесь проявляются как реальные физические силы. Поэтому, при изучении динамики относительного движения точки, вводя понятия переносной $\bar{J}^e$ и Кориолисовой $\bar{J}^{Cor}$ сил инерции, следует различать два случая.

“В первом случае между материальной точкой и телом, с которым связана подвижная система координат, существует физическая связь. Тогда силы, равные $\bar{J}^e$ и $\bar{J}^{Cor}$ - физическая реальность, но эти силы приложены не к материальной точке, а к телу, с которым связана подвижная система координат… Во втором случае не существует физической связи между движущейся точкой и телом, с которым связана подвижная система координат. В этом случае силы $\bar{J}^e$ и $\bar{J}^{Cor}$ следует рассматривать как некоторые условные величины, вводимые в уравнение (выражающее второй закон Ньютона для относительного движения точки) формально. Физические силы, равные $\bar{J}^e$ и $\bar{J}^{Cor}$ не существуют” [1].

Учитывая кинематическое равенство $\bar{a} = \bar{a}^e + \bar{a}^r + \bar{a}^{Cor}$**,** Даламберову силу инерции $\bar{J} = -m\bar{a}$ всегда можно разложить на составляющие $\bar{J} = \bar{J}^e + \bar{J}^r + \bar{J}^{Cor}$. Ясно, что от такого разложения составляющие $\bar{J}^e$, $\bar{J}^r$, $\bar{J}^{Cor}$ ещё не становятся теми физическими силами, которые выражают меру взаимодействия тел. “Если же аналогию с действительно составными силами, как они изображаются параллелограмом сил, применяют к действительно простым силам, то они от этого ещё не становятся действительно составными” [2].

Пусть, например, неинерциальная система координатс xyz связана с вращающейся с постоянной угловой скоростью ω трубкой – рис. 1. Рессмотрим материальную точку A, не взаимодействующую с трубкой. Если в инерциальной системе координат точка A покоится, то по отношению к системе xyz она равномерно движется по окружности в направлении, противоположном вращению трубки. Тогда

$$J^r = m\omega^2 l\,,$$
$$J^e = m\omega^2 l\,,$$
$$J^{Cor} = 2m\omega^2 l\,,$$

где $l = OA$, направление этих составляющих показано на рисунке. В данном случае $\bar{J}^e + \bar{J}^r + \bar{J}^{Cor} = 0$, как и должно быть, так как $\bar{J} = 0$. Силы $\bar{J}^e$, $\bar{J}^{Cor}$ здесь введены как “умственная операция” [2] для того, чтобы кинематическому принципу относительности движения (безразлично, какое из движущихся друг относительно друга тел считать покоящимся, а какое движущемся) дать динамическое толкование в форме второго закона Ньютона: $ma^r = \bar{F} + \bar{J}^e + \bar{J}^{Cor}$**.**

Совсем иначе обстоит дело при анализе движения материальных точек B и C, взаимодействующихс трубкой. Частица B в системе отсчета xyz покоится, поэтому из условия её относительного равновесия имеем

$$\overline{P}_B + \overline{N}_{Bz} + \overline{N}_{By} + \overline{J}^e_B = 0,$$

где $\overline{N}_{By}$ и $\overline{N}_{Bz}$ – силы реакции дна и стенки трубки. Здесь переносная сила инерции $\overline{J}^e_B$ рассматривается как сила, приложенная к самой точке B, но своеобразие этой силы заключается в том, что остаётся открытым вопрос об её источнике [3].

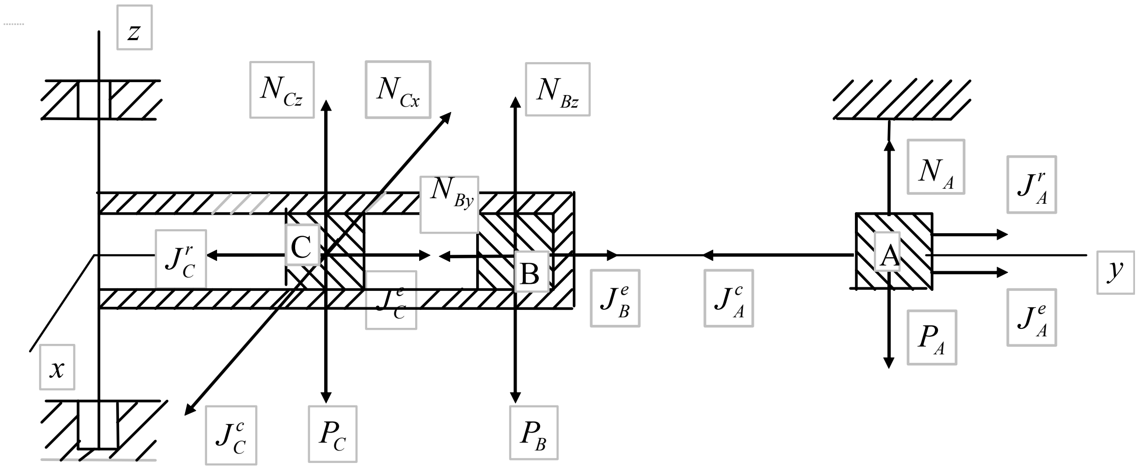

Рис. 1.

Из написанного выше уравнения находим, что $\overline{N}_{By} = -\overline{J}^e_B$, и так как сила $\overline{N}_{By}$, с которой дно трубки действует на материальную точку B, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой точка B действует на дно трубки, то находим, что эта последняя сила в точности равна $\overline{J}^e_B$. Но теперь уже переносная сила инерции проявляется как реальная физическая сила, приложенная к дну трубки, её надо учитывать в любой системе координат при анализе сил, действующих на трубку. Заметим, что в данном случае $\overline{a}_B = \overline{a}^e_B$, поэтому $\overline{J}_B = \overline{J}^e_B$, то есть, при относительном покое материальной точки в неинерциальной системе координат её переносная сила инерции есть одновременно Даламберова сила инерции.

Наконец, рассмотрим материальную точку С. Уравнение её относительного движения

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = m\omega^2 y$$

При начальных условиях $y_0 \neq 0$, $\dot{y}_0 = 0$ имеет решение

$$y = y_0(e^{\omega t} + e^{-\omega t})/2.$$

Тогда получим

$$J^e_C = m\omega^2 y_0(e^{\omega t} + e^{-\omega t})/2$$
$$J^r_C = m\omega^2 y_0(e^{\omega t} + e^{-\omega t})/2$$
$$J^{Cor}_C = m\omega^2 y_0(e^{\omega t} - e^{-\omega t})$$

Так как в направлении оси x материальная точка C находится в относительном покое, то $\overline{N}_{Cx} = -\overline{J}^{Cor}_C$, и Кориолисрва сила инерции с одной стороны, рассматривается как сила, приложенная к самой материальной точке (как и выше, вопрос об её источнике остаётся открытым), с другой стороны, как сила воздействия данной точки на стенку трубки. Поэтому, например, внешний момент, вращающий с постоянной угловой скоростью трубку (которую считаем невесомой) с материальной точкой, должен уравновешивать лишь момент Кориолисовой силы инерции этой точки, но приложенной к трубке, то есть

$$M_z = yJ_C^{Cor} = m\omega^2 y_0^2 (e^{2\omega t} - e^{-2\omega t})/2 .$$

Этот же результат для момента внешней силы можно получить, применяя теорему об изменении кинетического момента системы «трубка – материальная точка» в инерциальной системе отсчёта.

Приведём ещё пример. Известно, что силу отклонения вращающегося с угловой скоростью ω цилиндра в набегающем со скоростью v_∞ потоке, причём $\omega \perp v_\infty$, Н Е. Жуковский нашёл, используя соответствующую теорему динамики сплошной среды. Но эту же силу можно найти, если учесть, что она есть результат суммарного воздействия составляющих Кориолисовых сил инерции $-2m\varpi \times v_\infty$ тех частиц среды, которые соприкасаются с цилиндром, воздействуя на него как на связь.

Рассмотрим теперь механизм возникновения гироскопического момента и вынужденной прецессии – рис. 2.

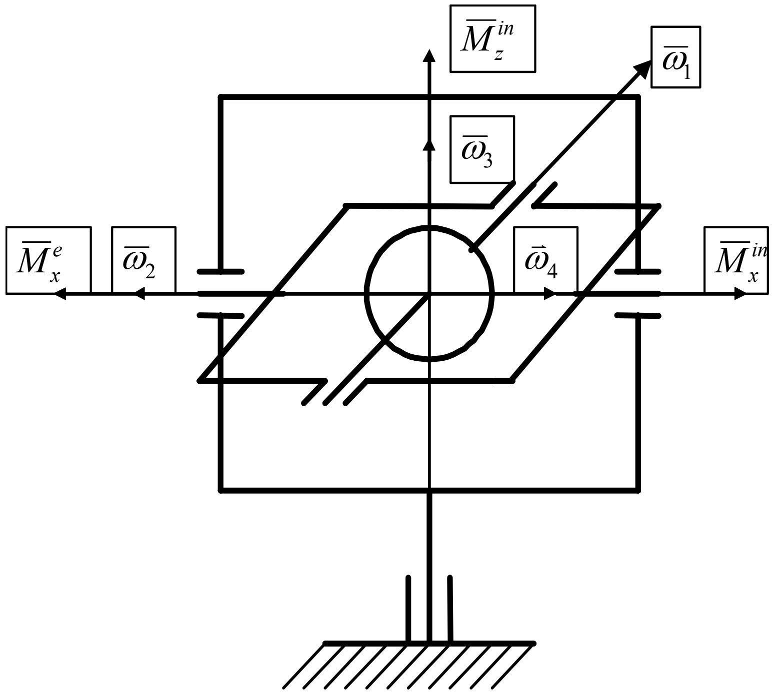

Рис.2.

Пусть к оси вращающегося с угловой скоростью $\overline{\omega}_1$ ротора приложена пара сил с вектор-моментом $\overline{M}_x^e$. Ось y свяжем с осью вращения ротора, оси x и z в собственном вращении ротора не участвуют. Момент внешних сил $\overline{M}_x^e$ вызовет вращение ротора с угловой скоростью $\overline{\omega}_2$, что приведёт к появлению системы пар Кориолисовых сил инерции его частиц с главным вектор-моментом $\overline{M}_z^{in}$. Так как в данном случае частицы взаимодействуют друг с другом, образуя твёрдое тело, с которым связана неинерциальная система координат xyz (вращающаяся с угловой скоростью $\overline{\omega}_2$), то их Кориолисовы силы инерции проявятся как реальные физические силы, приложенные к ротору. Если подшипники позволяют, то эти силы с моментом $\overline{M}_z^{in}$ вызовут прецессию ротора с угловой скоростью $\overline{\omega}_3$. Рассматривая опять движение частиц как сложное с переносной угловой скоростью $\overline{\omega}_3$ и относительной $\overline{\omega}_1$, найдём, что на ротор будет действовать другая система пар Кориолисовых сил инерции с моментом $\overline{M}_x^{in}$, уравновешивающим внешний момент $\overline{M}_x^e$. Так как при этом угловая скорость $\overline{\omega}_4$ вращения, вызванная силами с моментом $\overline{M}_x^{in}$, равна по величине и противоположна по направлению $\overline{\omega}_2$, то вращения (в установившемся режиме) вокруг оси x наблюдаться не будет, но будет наблюдаться прецессия ротора с угловой скоростью $\overline{\omega}_3$ от момента $\overline{M}_z^{in}$ и проявится противодействие со стороны ротора на подшипники пары сил с гироскопическим моментом $\overline{M}_x^{in}$.

Если же подшипники ротора не позволяют ему прецессировать с угловой скоростью $\overline{\omega}_3$, то на них будет действовать пара сил с гироскопическим моментом $\overline{M}_z^{in}$, перпендикулярным к исходному вектор-моменту $\overline{M}_x^{e}$ внешних сил. В результате пара сил с моментом $\overline{M}_x^{e}$ остаётся неуравновешенной, чем и объясняется тот факт, что с уменьшением с трёх до двух степеней свободы гироскоп теряет способность сопротивляться усилиям, изменяющим направление его оси вращения.

Таким образом, специфическое поведение гироскопа должно объясняться не присущими ему «особыми свойствами», а действием Кориолисовых сил инерции как реальных физических сил, приложенных к ротору гироскопа.

Литература.

1. Кильчевский Н.А Курс теоретической механики. М.,Наука, 1972, т. 1, с. 442-443.
2. Энгельс Ф. Диалектика природы. М., Политиздат, 1982, с. 246.
3. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. М.,Наука, 1983, т. 2, с. 442-443.

<u>Примечание</u>

Дискуссию по статье см. в разделе ДИСКУССИЯ настоящего сайта.